

I Morovic

Frankfurt am Main 1974

Schwerionenstreuung identischer Teilchen
im Rahmen des Zweizentrenmodells

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann-Wolfgang-Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

von
Tihomir Morović
aus
Slavonska Požega
Jugoslawien

Frankfurt am Main
Dezember 1973



Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik der
Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. H. Müser
Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. C. Toepffer

Tag der mündlichen Prüfung:	10. Januar 1974
-----------------------------	-----------------

INHALT

	Seite
I Einleitung	1
II Mikroskopisches Modell	4
§ 1) Zweizentren-Schalenmodell für die Streuung identischer Teilchen	4
Bestimmung der geometrischen Größen	6
Arten der Streuprozeße	8
Lösung der Schrödinger-Gleichung	9
§ 2) Das Einteilchen-Spektrum	12
III Makroskopisches Modell	16
§ 1) Tropfenmodell für die "langsamen" Prozesse	16
Parametrisierung des Tropfens	19
Die Bindungsenergie-Formel	23
Bestimmung von f_0	23
Modellkonstanten	24
§ 2) Tropfenmodell für die "schnellen" Prozesse	25
IV Berechnung der Potentiale	29
§ 1) Volumenerhaltung	29
§ 2) Definition der Streupotentiale	35
Paarkraftenergie	37
V Resultate und ihre Diskussion	41
Zusammenfassung	49
Anhänge	
A Matrixelemente des Zusatzpotentials	50
B Matrixelemente der $\vec{l}$ - $\vec{s}$ und l^2 Potentiale	53
C Volumenerhaltende Funktion $\lambda(\epsilon, p)$	62
Tabelle 2	65
Figurenbeschreibung	67
Figuren	73
Literaturverzeichnis	139

Digitized by the Internet Archive
in 2026

I EINLEITUNG

Seit etwa 15 Jahren existieren Beschleuniger, mit denen schwere Ionen (Massenzahl $A \geq 6$) auf die Energien beschleunigt werden, die es den Projektilen erlauben, die Coulombbarriere eines schweren Targetkerns zu überwinden /Br-70/. Die Untersuchung der Schwerionenstreuung ist aus vielen Gründen bedeutsam. Außer der Untersuchung der Kern-Kern Wechselwirkung kann man z.B. auch die relativen Kernradien messen oder durch die Konstruktion eines optischen Potentials die Streuphasen bestimmen. Streut man schwere Kerne bei den Energien oberhalb der Coulombbarriere aneinander, so treten im allgemeinen die elastische Streuung sowie Reaktionen in eine große Anzahl offener Reaktionskanäle auf. Die vorliegende Arbeit behandelt die elastische Streuung insbesondere die reellen Potentiale, die dabei auftreten. Die Kenntnis dieser Potentiale ist wichtig um die Fragen über den Zusammenhang zwischen Spaltung und Verschmelzung der Kerne zu klären, sowie die Frage nach der Existenz von Kernmolekülen zu beantworten.

Bei dem ersten Problem handelt es sich um die Möglichkeit superschwere Kerne ($A > 250$) durch die Verschmelzung zu bilden. Bei dem zweiten Problem ist die Frage zu beantworten, ob ein System von zwei an der Oberfläche aneinander haftenden Kernen bei der Schwerionenstreuung auftreten kann (siehe z.B. /Sche-70/ und dort aufgeführte Referenzen). Solch ein System nennt man Kernmolekül. Dabei ziehen sich die Kerne mit ihren langreichweitigen Anteil der Kernkräfte an, sie verschmelzen aber nicht, da das System rotiert und die dabei auftretenden Zentrifugalkräfte im Gleichgewicht mit den attraktiven Kräften stehen. Die Kenntnis der Streupotentiale könnte diese Frage beantworten, wenn man mit den theoretisch berechneten Potentialen die Streuquerschnitte ausrechnet. Reproduzieren die mit diesen Potentialen berechnete Anregungsfunktionen die gemessenen gut, so kann man aufgrund der Potentialform gewisse Aussagen über Reaktionsverlauf machen.

Bisher ist es gelungen, eine große Menge der elastischen Streudaten (Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen) mit ad hoc angesetzten optischen Potentialen zu reproduzieren (siehe z.B. Beiträge zu Konferenz 3 und Konferenz 2). Außer, daß die theoretische Deutung dieser Potentiale unklar ist, bleiben sie auch vieldeutig und stellen eigentlich nur eine Parametrisierung der experimentellen Ergebnisse dar. Immerhin wird dadurch klar, daß die Kernsteuerung zumindest im Prinzip mit den optischen Potentialen beschrieben werden kann. Es ist aber wünschenswert solche Potentiale aus den allgemeinen Vorstellungen über die Kernstruktur und Kerndynamik abzuleiten.

Dazu gab es bisher phänomenologische Kollektivmodelle wie z.B. statistisches Modell /Br-68/ oder erweitertes Tröpfchenmodell /Sche-68/, /Sche-69/ und den Versuch ein mikroskopisches Modell zu formulieren /Pr-72/. Bei den Modellen, welche die Kernspaltung beschreiben sollen, hat man gesehen, daß weder rein mikroskopische (z.B. deformiertes Schalenmodell) noch rein makroskopische (kollektive) Modelle (z.B. Tropfenmodell) im Stande sind den Prozeß befriedigend zu erklären. Die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreichte bei der Spaltung ein ebenso phänomenologisches Modell, das eine Synthese dieser zwei Modelle darstellt. Es lag nahe ein solches Modell zur Bestimmung der reellen Streupotentiale auch auf die Streuung anzuwenden. Hierzu folgen wir einer Empfehlung von Wilets et al. /Wi-70/, daß man statt relativen Abstand zweier streuenden Kerne die Deformationsparameter des Compoundsystems bei der Bestimmung der reellen Potentiale benutzen soll. Den ersten Versuchen /Mo-70/, /Pr-72/ liegt eine zu grobe Beschreibung des kollektiven Teils zugrunde. Die Coulombbarrieren werden genauso wenig reproduziert, wie die bei der Streuung nicht so sehr wichtigen Bindungsenergiedifferenzen zwischen dem Ausgangssystem (zwei separate Kerne in ihrem Grundzustand) und der Endkonfiguration (Compoundkern in seinem Grundzustand).

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Erweiterung und Verbesserung des Zweizentrenmodells sowohl bei dem makro-

skopischen als auch bei dem mikroskopischen Teil des Modells vorgenommen und auf die Konstruktion des reellen Streupotentials angewandt. Dabei werden zwei mögliche Reaktionsmechanismen berücksichtigt: der "schnelle" Prozeß (sudden Näherung) und der "langsame" Prozeß (adiabatische Näherung).

Im Kapitel II wird die Erweiterung des mikroskopischen Teils, im Kapitel III die Erweiterung des makroskopischen Teils des Zweizentrenmodells beschrieben. Kapitel IV beschreibt die Konstruktion der Potentiale mittels in Kap. II und Kap. III definierten Modellen. Die Resultate und die Zusammenfassung befinden sich schließlich im Kapitel V.

II MIKROSKOPISCHES MODELL

§ 1) Zweizentren-Schalenmodell für die Streuung identischer Teilchen

Die Konstruktion eines Zweizentren-Schalenmodells soll von dem durch P. Holzer /Ho-69/ aufgestellten ausgehen. Die Zweizentren-Schalenmodelle wurden bisher in verschiedensten Formen und Parametrisierungen zur Beschreibung der Kernspaltung benutzt, (/Ho-69/, /Sch-70/, /Pa-69/, /Al-70/, /Fa-71/, /Ho-71/, /An-70/, /Sch-71/, /Mo-71/, /Ma-71/, s.a. Ref. 19, 20, 75, 99, 100, 113, 150-177, 189-191, 258 in /Ni-72/) die Anwendung des Modells auf die Schwerionenstreuung blieb aber begrenzt. Diese Tatsache beruht, wie schon gesagt, einerseits an dem nicht zufriedenstellenden Verfahren der Berechnung der Zustandsenergie durch Aufsummierung der Einteilchenenergien bis zur Fermikante /Pr-70/, /Pr-72/, andererseits daran, daß die benutzten Oszillatorpotentiale in dem makroskopischen Modell (Tropfenmodell) zu energetisch ungünstigen Formen geführt haben /Mo-70/. Um die zweite Schwierigkeit in Griff zu bekommen, wird ein gegenüber der Deformierbarkeit günstigeres Modell entwickelt. Das Potential des benutzten Zweizentren-Hamiltonoperators nimmt die Form

$$V(\xi, z) = \frac{1}{2} m_0 \left[\omega_\xi^2 \xi^2 + \omega_z^2 f_0 z'^2 (1 + c z' + d z'^2) \right] \quad (\text{II } 1)$$

in zylindrischen Koordinaten an. Wenn sich die Potentialzentren der jeweiligen an der Streuung beteiligten Teilchen in $\pm z_0$ ($z_0 \geq 0$) befinden, dann ist z' wie folgt definiert:

$$z' = \begin{cases} z - z_0 & z \geq 0 \\ z + z_0 & z < 0 \end{cases}$$

ω_ξ ist die Frequenz des in ξ -Richtung gelegten Oszillators, ω_z entsprechende Frequenz in z -Richtung. f_0 , c und d sind zunächst frei wählbare Modellkonstanten, die noch zu bestimmen sind. Weiter ist m_0 die Masse des Nukleons. Bei

den Rechnungen wurde der Wert $m_0/\hbar^2 = 0,024\ 106\ \text{MeV}^{-1}\text{fm}^{-2}$ verwendet. Ein ähnliches Potential wurde von Mosel/Mo-71/ entwickelt mit $f_0=1$ und $c=0$. Das Potential (II 1) wurde von Maruhn erweitert und erfolgreich für die asymmetrische Kernspaltung benutzt. Der Hamiltonoperator des Modells hat die Form

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_0} + V(\xi, z) + V_{es}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) + V_{e^2}(\ell) \quad (\text{II } 2)$$

Die Spin-Bahn-Kopplung ist durch

$$V_{es} = -\frac{2\hbar\kappa}{m_0\omega_\infty} [\nabla V(\xi, z) \times \vec{p}] \cdot \vec{s} \quad (\text{II } 3)$$

gegeben. Der Name dieses Terms wurde nach der Form des Operators im Nilsson-Modell gegeben, Obwohl der Operator $\vec{l}$ durch den verallgemeinerten Drehimpulsoperator $\frac{\nabla V \times \vec{p}}{m_0\omega_\infty}$ ersetzt ist. Der Term l^2 und die $\langle l^2 \rangle$ Korrektur werden nicht durch den verallgemeinerten Operator ersetzt, da nach /Gu-70/ kein Satz von den Parametern $\{\kappa, \mu\}$ die empirische Niveaureihenfolge reproduziert:

$$V_{e^2} = -\hbar\kappa\mu\omega_\infty\ell^2 + \hbar\kappa\mu\omega_\infty\frac{N}{2}(N+3)\delta_{if} \quad (\text{II } 4)$$

Dabei bedeutet ω_∞ die asymptotische Frequenz der streuenden Ionen. Weiter bedeutet δ_{if} in (II 4), daß die Matrixelemente nur diagonal zu nehmen sind.

Wie in jedem phänomenologischen Schalenmodell identifizieren wir die Äquipotentialfläche

$$V = V_0 \equiv \frac{1}{2} m_0 \omega_\infty^2 R_0^2 \quad ; \quad R_0 = r_0 A^{1/3} \quad (\text{II } 5)$$

als Kernrand. R_0 ist der Kernradius eines nicht deformierten (kugelförmigen) Kerns, A ist die Massenzahl und r_0 die experimentell bestimmte Radiuskonstante aus dem empirischen

$$R_0 = r_0 A^{1/3}$$

Gesetz. ω_{∞} wird so bestimmt, daß die gemessenen Radien der Kerne reproduziert werden. Das Verfahren zur Berechnung von ω_{∞} findet man in /Pr-72/ Anhang A, eine leichte Änderung und Erweiterung in IV§1.

Bestimmung der geometrischen Größen

Der Kernrand eines ellipsoidalisch deformierten Kerns wird durch die Äquipotentialfläche:

$$\frac{m_0}{2} \omega_s^2 a^2 + \frac{m_0}{2} \omega_z^2 b^2 = V_0 \quad (\text{II } 6)$$

beschrieben. Nach der Ellipsoidengleichung folgt daraus der Zusammenhang zwischen den Achsen und den Frequenzen:

$$a^2 = \frac{2V_0}{m_0 \omega_s^2}, \quad b^2 = \frac{2V_0}{m_0 \omega_z^2} \quad (\text{II } 7)$$

Die zwei beschriebenen Kernformen treten als Spezialfall in (II 1) auf, nämlich für $z_0=c=d=0$, $f_0=1$. Wir wollen jetzt im nächsten Absatz allgemeinere Kernformen betrachten und die Bestimmung der restlichen Größen aus (II 1) vornehmen.

Folgende Bedingungen liegen zugrunde: für $z < -z_0$ und $z > +z_0$ soll das Potential oszillatorförmig verlaufen. Daraus ergibt sich für c und d , daß sie für diese Werte von z verschwinden müssen. Im Bereich $-z_0 < z < +z_0$ soll an der Stelle $g=z=0$ das Potential stetig bleiben sowie seine erste Ableitung. Ausserdem soll das Potential im gleichen Punkt einen bestimmten Wert annehmen, den wir zunächst h nennen wollen. Die anschauliche Bedeutung von h , d.h. die Abhängigkeit der Kernform von diesem Parameter wird in Kapitel III besprochen.

Aus den oben genannten Bedingungen entsteht folgendes Gleichungssystem für c und d :

$$\begin{aligned} 1) \quad \lim_{z \rightarrow +0} z, g &= 0 \\ \frac{f_0}{b^2} z_0^2 (1 - c_+ z_0 + d_+ z_0^2) &= \frac{h}{V_0} \quad (\text{II } 8) \\ \frac{f_0}{b^2} z_0 (2 + 3c_+ z_0 + 4d_+ z_0^2) &= 0 \end{aligned}$$

$$2) \quad \lim_{z \rightarrow -0} z, g = 0$$

$$\frac{f_0}{b^2} z_0^2 (1 + c_- z_0 + d_- z_0^2) = \frac{h}{V_0} \quad (\text{II } 9)$$

$$\frac{f_0}{b^2} z_0 (2 + 3c_- z_0 + 4d_- z_0^2) = 0$$

Der Gleichung (II 8) können wir

$$c_+ = \frac{2 - \frac{4b^2 h}{f_0 z_0^2 V_0}}{z_0} \quad (\text{II } 10)$$

$$d_+ = \frac{1 - \frac{3b^2 h}{f_0 z_0^2 V_0}}{z_0^2}$$

entnehmen und der Gleichung (II 9)

$$c_- = - \frac{2 - \frac{4b^2 h}{f_0 z_0^2 V_0}}{z_0} \quad (\text{II } 11)$$

$$d_- = \frac{1 - \frac{3b^2 h}{f_0 z_0^2 V_0}}{z_0^2}$$

entnehmen. Daraus folgt

$$c_- = -c_+ \quad (\text{II } 12)$$

$$d_- = d_+$$

wie ^usch zu erwarten war, da c der Koeffizient einer ungeraden (z'^3) und d einer geraden Funktion (z'^4) sind.

Die Bestimmung der Konstante f_0 kann nicht aus den mit dem Potential verbundenen Bedingungen erreicht werden. Es können nur die Grenzen angegeben werden. Wie schon in /Ma-71/ gezeigt, erhält das Potential im Bereich $|z| < z_0$

zusätzlichen Extrema auf der z-Achse, wenn $\epsilon = \frac{b^2 h}{v_0^2 z_0^2} < \frac{1}{6}$, $f_0 = 1$
Daraus ergibt sich

$$0 < f_0 \leq 6\epsilon \quad (\text{II } 13)$$

Die Methoden zur Bestimmung von f_0 werden in Kapitel III beschrieben, da sie mit dem makroskopischen Modell verbunden sind.

Arten der Streuprozesse

Es ist eine wohlbekannte Tatsache, daß das Verhalten der Kerne bei der Streuung von deren Einschußenergie (kinetische Energie) abhängt. Man kann sich leicht vorstellen, daß die Streuung bei den niedrigen Energien adiabatisch verläuft, d.h. es wird immer ein momentanes mittleres Potential erzeugt, und die Oszillatorfrequenz ω , die in dem Schalenmodell die Rolle des Kernradius spielt, wird über die Volumenerhaltung (s. Kap. IV §1) eine Funktion des relativen Abstandes der streuenden Kerne. Wir schließen uns der Nomenklatur von K. Prüß /Pr-71/, /Pr-72/ an und nennen solche Prozesse "langsam" ("langsame" Wechselwirkung). Die Streuung bei den höheren Energien wird als ein "schneller" Prozeß bezeichnet ("schnelle" Wechselwirkung). Es wird dabei angenommen, daß sich bei den "schnellen" Prozessen ein solches gemeinsames mittleres Potential einstellt, daß die individuellen Schalenmodellpotentiale maximal erhalten bleiben. So wird bei den "schnellen" Prozessen die Frequenz der unendlich weit von einander getrennten Ionen unverändert während des ganzen Prozesses benutzt. Im allgemein wird die momentane Oszillatorfrequenz eine Funktion der Einschußenergie E , des relativen Drehimpulses der zwei Ionen L und des relativen Abstandes R :

$$\omega(\alpha_i) = \omega_v(\alpha_i) + f(E, L, \alpha_i) [\omega_\infty - \omega_v(\alpha_i)] \quad (\text{II } 14)$$

wobei die Abhängigkeit von dem Parameter $R \equiv \Delta z$ (Zweizentrenabstand, vergleiche /Pr-70/) durch die Abhängigkeit von dem ganzen Parametersatz α_λ ersetzt wurde. $\omega_\nu(\alpha_\lambda)$ ist die Frequenz zur gemittelten Volumenerhaltung. Näheres zu dem Problem der Volumenerhaltung befindet sich in Kapitel IV §1.

Die Bestimmung der Funktion $f(E, l, \alpha_\lambda)$ wird in dieser Arbeit nicht vorgenommen, da dazu dynamische Rechnungen nötig wären. Eine Untersuchung dieser Funktion wurde in /Mü-72/ an einem vereinfachten Modell durchgeführt. Die vorliegende Arbeit behandelt zwei Extremfälle, die diese Funktion annehmen kann: bei "langsamen" Prozessen wird sie Null und bei den "schnellen" gleich Eins gesetzt.

Lösung der Schrödinger-Gleichung

Die Eigenwerte von dem Hamiltonoperator (II 2) werden durch Diagonalisieren in der von Holzer /Ho-69/ angegebenen Basis durchgeführt. Sie erhält man für den Spezialfall $c=d=0$, $f_0=1$ in (II 1), da dann die Schrödinger-Gleichung

$$-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_0} \psi(s, z, \varphi) + V(s, z) \psi(s, z, \varphi) = E \psi(s, z, \varphi) \quad (\text{II } 15)$$

analytische Lösungen besitzt. Durch den Separationsansatz

$$\psi(s, z, \varphi) = \phi(z) \chi(s) \eta(\varphi) \quad (\text{II } 16)$$

erhält man drei Differentialgleichungen

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + m \right) \eta(\varphi) = 0 \quad (\text{II } 17a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} - \frac{m_0 \omega_s^2 s^2}{\hbar^2} - A_z - \frac{m_0^2}{s^2} \right) \chi(s) = 0 \quad (\text{II } 17b)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m_0}{\hbar^2} \omega_z^2 z^2 + A_z - \frac{2m_0 E}{\hbar^2} \right) \phi(z) = 0 \quad (\text{II } 17c)$$

mit der Separationskonstante A_z . Die normierte Lösung von (II 17a) lautet:

$$\eta_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \quad (\text{II } 18)$$

mit der Bedingung m ist Ganzzahlig ($m \in \mathbb{Z}$). Die Lösung von (II 17b) ist

$$\chi_{n_s}^{|m|}(\varphi) = \frac{1}{N} k_s^{\frac{|m|+1}{2}} e^{-\frac{k_s}{2}\varphi^2} \varphi^{|m|} L_{n_s}^{|m|}(k_s \varphi^2) \quad (\text{II } 19)$$

wobei $k_s = \frac{m_0 \omega_s}{\hbar}$ und die Normierungskonstante $N = \left(\frac{(n_s + m)!}{2 n_s! k_s^{m+1}} \right)^{1/2}$ n_s ist dabei eine nicht-negative ganze Zahl, $L_{n_s}^{|m|}$ sind die Laguerre'sche Polynome. Die Normierungskonstante erhält man leicht aus der Rekursionsformel für die Laguerre'sche Polynome (Über die Eigenschaften der Laguerre'schen Polynome siehe z. B. /Ab-65/). Die Lösung von (II 17c) wird gegeben durch

$$\phi_{n_z}(z) = \frac{1}{N_z} U\left(-n_z - \frac{1}{2}, \pm \sqrt{2k_z} z\right) \quad (\text{II } 20)$$

U ist die sogenannte parabolische Zylinderfunktion. Das obere Vorzeichen in der Argumentenliste gilt für $z > 0$, das untere für $z < 0$. Analog zu k_s ist $k_z = \frac{m_0 \omega_z}{\hbar}$. N_z ist die Normierungskonstante, die durch die ^{von}Maruhn /Ma-71/ entwickelter Methode aufgrund der Eigenschaften von der Funktion $U(a, x)$ leicht numerisch zu berechnen ist. (Über die Eigenschaften von $U(a, x)$ siehe z. B. /Ab-65/.) Die Bedeutung von der Quantenzahl n_z ist in der Deutung /Sch-70/ gleich geblieben: für die "negative Parität" der Funktion $\phi(x)$ sind n_z gerade die Nullstellen der Funktion $U(a, 0)$ und für die "positive Parität" die Nullstellen deren Ableitung $U'(a, 0)$. Als vollständige Lösung der Gleichung (II 15) erhalten wir also die Basisfunktionen

$$\langle z, \varphi | n_z, n_s, m \rangle = \phi_{n_z}(z) \chi_{n_s}^{|m|}(\varphi) \eta_m(\varphi) \quad (\text{II } 21)$$

Um die Eigenwerte des Hamiltonoperators (II 2) zu bekommen, wird er in der Basis (II 21) diagonalisiert. Dazu spalten wir ihn auf

$$H = H_0 + H_1 + V_{e_s} + V_{e^1} \quad (\text{II } 22)$$

H_0 ist dabei der Hamiltonoperator, der die Basis erzeugt.

$$H_0 = - \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2 m_0} + \frac{1}{2} m_0 \left(\omega_s^2 s^2 + \omega_z^2 z'^2 \right) \quad (\text{II } 23)$$

H_1 hat die Gestalt:

$$H_1 = \frac{1}{2} m_0 \omega_z^2 z'^2 \left[f_0 (1 + c z' + d z'^2) - 1 \right] \quad (\text{II } 24)$$

V_{1s} und V_{1^1} wurden in (II 3) bzw. (II 4) angegeben. Zur Diagonalisierung des Spin-Bahn-Kopplungsterms müssen die Basisfunktionen noch durch die Spinfunktion erweitert werden. Ausserdem hat sich vorteilhaft erwiesen, einen Phasenfaktor einzuführen und die zwei Quantenzahlen n_s und m durch die Quantenzahl

$$N_s = 2 n_s + |m| \quad (\text{II } 25)$$

zusammenzufassen. Die Basisfunktionen haben die Form:

$$|n_z, N_s, m, s\rangle = (-)^{\frac{1}{2}(m+|m|)} |n_z, \frac{N_s-|m|}{2}, m\rangle |s\rangle \quad (\text{II } 26)$$

mit $s = \pm 1/2$. Die Diagonalisierung der Basis erfolgt in den Unterräumen zum festen $\Omega = m + s$ und zu der bestimmten Parität, da sowohl die Parität wegen der Symmetrie des Problems als auch die z -Komponente des Drehimpulses wegen der Rotationssymmetrie $j_z = l_z + s_z$ gute Quantenzahlen sind.

Die Matrixelemente bzw. Integrale sind wohlbekannt. Sie stehen bis auf kleine Veränderungen (wie z. B. die Multiplikation der Matrixelemente mit f_0) in /Ma-71/ und werden hier nicht explizite aufgeführt, die Aufstellung der benötigten Matrixelemente bzw. Integrale findet man in Anhang A und Anhang B.

§ 2)

Das Einteilchen-Spektrum

Nachdem wir das Zweizentren-Schalenmodell definiert haben, können wir dazu übergehen, sein Einteilchen-Spektrum zu konstruieren. Die Eigenwerte der Gleichung (II 15) für die speziellen Werte der Parameter $c=d=0$, $f_0=1$ lauten:

$$E = \hbar \omega_z \left(n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar \omega_s \left(N_s + 1 \right) \quad (\text{II } 27)$$

Solche Spektren wurden durch Holzer /Ho-69/ und Scharnweber /Sch-70/ untersucht. Es hat sich gezeigt, daß das Verhalten dieser Spektren mit wachsendem Abstand der beiden Zentren z_0 genau die gewünschten Eigenschaften hat, d. h. asymptotisch ($z_0 \rightarrow \infty$) existieren zwei Kerne, die in dem Compoundzustand ($z_0=0$) das gleiche Spektrum ergeben, wobei entweder die doppelte Anzahl der Energieniveaus besetzt sein muß ("schnelle" Prozesse) oder in das Spektrum eines doppelt so großen Kerns, analog zur symmetrischen Spaltung, übergehen ("langsame" Prozesse). Dieses Verhalten kann man auf den Abbildungen Fig. 1a und Fig. 1b deutlich sehen.

Die Eigenwerte der Schrödinger-Gleichung mit dem Hamiltonoperator (II 2) kann man, wie in Kapitel II §1 schon erwähnt, durch die Diagonalisierung des Operators in der Basis (II 26) erhalten. Dabei werden so viele Basiszustände genommen, daß es möglich ist, die in Kapitel IV beschriebene Schalenkorrektur nach Strutinski /St-67/, /St-68/ zu berechnen. Während es bei den Basiszuständen nur darauf ankommt, die Quantenzahlen n_z , N_s , m in Abhängigkeit von

den Deformationsparametern zu berechnen, muß man bei der Diagonalisierung einige Überlegungen anstellen, wie man die Konstanten κ und μ aus dem impulsabhängigen Potential zwischen zwei vorgegebenen Werten interpoliert. Vorgegeben werden die Werte für den Anfangszustand, d.h. zwei getrennte Kerne und den Compoundzustand, d.h. für einen aus zwei Kernen zusammengeschmolzenen System. Für das Übergangsgebiet müssen wir jetzt die Vorschriften für die Deformationsabhängigkeit von κ und μ angeben. Betrachten wir zunächst die "schnellen" Prozesse. Bei ihnen nimmt man an, daß all die wesentlichen Größen, die einen streuenden Kern beschreiben, sich während der Streuung nicht verändern. Also haben wir während des ganzen Prozesses $\kappa = \kappa(z_0 = \infty)$ und $\mu = \mu(z_0 = \infty)$ genommen. Bei der Interpolationsvorschrift für die "langsamen" Prozesse nimmt man auf die größere Masse des bildenden Compoundkerns Rücksicht, sodaß die Konstanten κ und μ über die "momentane Massenzahl" $A(\alpha_i)$ implizit von den Deformationsparametern α_i abhängen. Die "momentane Massenzahl" muß die richtigen Werte A_∞ bzw. $2A_\infty$ für die getrennten bzw. für den Compoundkern annehmen. Eine mögliche und einigermaßen einfache Vorschrift für die Bildung von $A(\alpha_i)$ wurde in /Ma-71/ angegeben. In vorliegender Arbeit wurde zunächst versucht $A(\alpha_i)$ wie folgt zu bilden

$$A(\alpha_i) = \frac{2 A_\infty}{\gamma(\alpha_i)} \quad \text{mit} \quad \gamma(\alpha_i) = \begin{cases} 1+h & \dots & h \leq 1 \\ 2 & \dots & h > 1 \end{cases} \quad (\text{II } 28)$$

Es mußte leider festgestellt werden, daß die Kernformen mit größerem h (wie man in Kapitel III sehen wird, kann man h im gewissen Sinne die Bedeutung der Halsdicke zwischen den beiden Zentren geben) bevorzugt werden. Solche Formen entsprechen aber unseren Vorstellungen über den Prozeßverlauf absolut nicht, sodaß diese Vorschrift dann verworfen wurde. Die von Maruhn /Ma-71/ angegebene Vorschrift bevorzugt die Kernformen mit keinerlei Einschnürung (d.h. kleine oder verschwindende h), sodaß auch sie nicht benutzt wurde. Es wird eine etwas kompliziertere Vorschrift entwickelt, die aber

den Vorteil hat, daß die Kernformen entlang des Streuweges in der Äquipotentialfläche auch unseren Erwartungen und Vorstellungen entspricht. Sie ist gegeben durch

$$A(\alpha_i) = \frac{2A_\infty}{\gamma'(\alpha_i)} \quad \text{mit} \quad \gamma'(\alpha_i) = \begin{cases} 1 + h^2 \exp\left(-\left(\frac{A_\infty}{k \cdot z_0}\right)\right) & \dots h \leq 1 \\ 2 & \dots h > 1 \end{cases} \quad (\text{II } 29)$$

Das Verhalten der so berechneten "momentanen Masse" zeigt als Funktion von α_i die gewünschten Eigenschaften: bei den großen A_∞ wird der Berührungspunkt $h=1$ zu den größeren Abständen Δz verschoben, bei der Überlappung und bei den kleinen Abständen werden die Kernformen mit kleinen Einschnürungen energetisch bevorzugt. Die Konstante k wurde bei allen Rechnungen bei $k=100 \text{ [fm}^{-1}\text{]}$ festgehalten. Auf diese Art und Weise bleiben die Spektren der streuenden Ionen fast bis zum Berührungspunkt erhalten. Die Interpolation ergibt dann das richtige Spektrum des Compoundkerns. Die Konstanten κ und μ hängen wie folgt von der Massenzahl A ab (s. auch Fig. 2)

Protonen

$$\kappa_p = \begin{cases} 0,1020 - 0,0076 A^{1/3} & \dots A < 165 \\ 0,0768 - 0,0030 A^{1/3} & \dots A \geq 165 \end{cases}$$

$$\mu_p = \begin{cases} 0,0 & \dots A < 25 \\ -0,9197 + 0,3145 A^{1/3} & \dots 25 \leq A < 125 \\ 0,638 + 0,0030 A^{1/3} & \dots A \geq 125 \end{cases}$$

Neutronen

$$\kappa_n = \begin{cases} 0,1000 - 0,00696 A^{1/3} & \dots A < 165 \\ 0,0509 + 0,0020 A^{1/3} & \dots A \geq 165 \end{cases}$$

$$\mu_n = \begin{cases} 0,0 & \dots A < 25 \\ -0,6257 + 0,2139 A^{1/3} & \dots 25 \leq A < 125 \\ 0,919 - 0,095 A^{1/3} & \dots A \geq 125 \end{cases}$$

Die Werte $\kappa_{p,n}$ für $A \geq 165$ und $\mu_{p,n}$ für $A \geq 125$ findet man in /Gu-70/ wobei die Ausdrücke für $\kappa_{p,n}$ falsche additive Konstanten enthalten. Rest der Interpolationsformel findet man bei Ragnarsson /Ra-70/. Dabei ist noch zu bemerken, daß auch in der Arbeit von Ragnarsson über weite Bereiche extra- bzw. interpoliert wurde.

Die bei der Diagonalisierung angewandten numerischen Verfahren enthalten keine Approximationen, abgesehen von der Tatsache, daß endlich viele Basiszustände benutzt wurden. Als Maß für die Genauigkeit dienen die Schalenkorrekturen, d.h. es werden so viele Basiszustände genommen, daß eine Änderung der Schalenkorrekturen um weniger als 0,01 MeV bei einer Vergrößerung der Basis erreicht wird. Die Anzahl der benötigten Basiszustände ist nicht deformationsabhängig, sodaß man sie in dem sphärischen Zustand des Compoundkerns bestimmen kann. Sie ändert sich nur über weite Bereiche von A, so z.B. reichen bei dem System ^{12}C - ^{12}C etwa 150 Basiszustände, dagegen muß man bei der Streuung ^{238}U - ^{238}U schon 600 Zustände mitnehmen.

Das Spektrum reproduziert für kleine Deformationen die Spektren des Nilsson-Modells, das seinerseits an die experimentellen Spektren angepaßt wurde. In dem Gebiet zwischen zwei getrennten und einem fusionierten Kern zeigt sich der typische Spektrumverlauf eines Zweizentren-Oszillators. Die Einteilchenniveaus reorganisieren die Struktur, um aus einem Spektrum der doppelt besetzten Niveaus (zwei getrennte Kerne) die richtige Schalenstruktur des Compoundkerns zu erzeugen. Dabei werden die höher gelegenen Niveaus von dieser Umstrukturierung zuerst betroffen, weil die Überlappung der Potentiale von den höheren zu den niedrigeren Potentialenergie-Werten verläuft (s. Fig. 1). Bei den "langsamen" Prozessen entsteht so das richtige Spektrum des Compoundkerns, bei den "schnellen" wird einfach die doppelte Anzahl der Zustände in dem ursprünglichen (asymptotischen) Spektrum besetzt.

III MAKROSKOPISCHES MODELL

§ 1) Tropfenmodell für die "langsamen" Prozesse

Das Tropfenmodell wurde ursprünglich aus der Bethe-Weizsäcker'schen Massenformel /We-35/, /Be-36/ zur Bestimmung der Kernmassen entwickelt. Es diente der Beschreibung der Kernspaltung /Bo-39/ unter der Annahme, daß der Kern die Eigenschaften eines geladenen Flüssigkeitstropfens besitzt. In der Schwerionenstreuung findet dieses Modell seine Anwendung erst nach der Entwicklung des Zweizentren-Schalenmodells /Mo-70/, /Pr-72/. Der Grund dafür ist in der Tatsache zu finden, daß dieses Modell einerseits die für das Potential so wichtigen Schaleneffekte nicht berücksichtigt und andererseits diese Effekte bei der Streuung in einem Schalenmodell mit nur einem Potentialzentrum wie z.B. Nilsson-Modell sicherlich nicht richtig beschrieben werden können. Die Entwicklung des Zweizentren-Schalenmodells ermöglichte es, die in der Spaltung so erfolgreiche Methode der Kombination zweier Modelle (Strutinski-Verfahren) in die Kernstreuung einzuführen.

Die wesentliche Annahme dieses einfachen Kernmodells ist, wie oben erwähnt, daß der Kern als ein Flüssigkeitstropfen der Kernmaterie beschrieben wird. Der Tropfen hat eine wohldefinierte Oberfläche und seine potentielle Energie ist durch die Oberflächenspannung und der Coulomb-Energie gegeben. Einen weiteren Beitrag zur potentiellen Energie könnte die Krümmung der Oberfläche verursachen, wie ursprünglich von Hill und Wheeler /Hi-53/ aus der Untersuchung des Fermi-Gas-Modells vorgeschlagen, und von Groote und Hilf /Gr-69/ ausführlich im Rahmen des Tropfenmodells untersucht wurde. Diese Frage kann nicht ohne weitere Untersuchungen beantwortet werden und in dieser Arbeit wurde auch dieser Beitrag berücksichtigt. Die Kernenergien und die Streupotentiale werden sowohl mit als auch ohne Krümmungsterm ausgerechnet. Ein

Vergleich der Ergebnisse befindet sich in Kapitel V.

Bei den "langsamen" Prozessen wird wie bei der Kernspaltung weiterhin angenommen, daß die Kernmaterie nicht kompressibel ist. Diese Tatsache spielt auch bei dem Schalenmodell eine Rolle, und zwar bewirkt die dadurch resultierende Volumenerhaltung der Kernmaterie (s. Kapitel IV §1) eine Änderung der Oszillatorfrequenzen ω_s und ω_c der streuenden Kerne. In dem Compoundkern entsteht auf diese Art das richtige Grundzustandsspektrum, das man auch in dem einfachen Schalenmodell erhält. Bei den "schnellen" Prozessen wird dagegen auch die Kompression der Kernmaterie zugelassen. Näheres darüber findet man in §2.

Ein Effekt, den man noch berücksichtigen muß, ist der Isospin. Wenn man sich den Kern als einen Tropfen vorstellt, der mit zweierlei Arten der Materie aufgefüllt ist (Protonen und Neutronen), die auch noch in dem gleichen Volumen untergebracht sind, so sind auch zwei verschiedene Oberflächenspannungen notwendig, um die Materie innerhalb dieses Volumens zusammenhalten zu können. So hängen z.B. die mittleren quadratischen Radien der Kerne mit der gleichen Anzahl der Nukleonen A noch von der jeweiligen Anzahl der Protonen bzw. Neutronen ab, und diese Abhängigkeit läßt sich nicht einzig und allein auf die elektrostatische (Coulomb) Energie zurückführen. So wird auch die Oberflächenspannung von der Asymetrie der Protonen- und Neutronenzahl abhängig.

Die Bindungsenergie des Kerns, im Tropfenmodell auch hydrostatische Bindungsenergie genannt, kann in diesem Modell als eine Reihenentwicklung nach Potenzen von $A^{1/3}$ dargestellt werden:

$$E_B(\alpha_i) = a_v A + a_s g_s(\alpha_i) A^{2/3} + a_c g_c(\alpha_i) A^{1/3} + E_{Coul}(\alpha_i) + E_p \quad (\text{III } 1)$$

Dabei sind a_v , a_s , und a_c die Größen die nicht von der Kerngestalt abhängen. $g_s(\alpha_i)$ und $g_c(\alpha_i)$ sind kerngestaltabhängige Funktionen, was durch den Parametersatz α_i angedeutet ist.

a_v ist die Konstante des Volumenterms, der auch den größten Beitrag zur Bindungsenergie liefert. Sie gibt die Bindungsenergie eines Nukleons in der unendlich ausgedehnten Kernmaterie an. Die restlichen Terme sind die Korrekturen, die von der endlichen Ausdehnung der Kernmaterie im Kern her stammen. Berücksichtigt man noch den Isospinanteil, so läßt sich a_v schreiben als:

$$a_v = c_v \left[1 - \kappa_v \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{III } 2a)$$

Analog kann man die Konstante des Oberflächenterms a_s und des Krümmungsterms a_c schreiben

$$a_s = c_s \left[1 - \kappa_s \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{III } 2b)$$

$$a_c = c_c \left[1 - \kappa_c \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{III } 2c)$$

Die elektrostatische Energie E_{Coul} läßt sich nicht in dieser Reihenentwicklung richtig erfassen, obwohl sie $Z^2/A^{1/3}$ proportional ist. Ihre starke Abhängigkeit von den Größen, die in das Tropfenmodell nicht eingehen (diffuse Oberfläche, Austauschereffekt), macht weitere Korrekturen in dem obigen Ausdruck nötig. Ausserdem ist sie auch sehr von der Deformation abhängig und wird nur numerisch bestimmt. Die Berechnung erfolgt mit dem Computerprogramm COULAX, entwickelt durch K. Albrecht. Eine Beschreibung der dabei angewandten Methode befindet sich in /A1-72/. E_p ist die Energie der Paarkraftwechselwirkung. Ihr Wert beträgt $12/A^{1/2}$ MeV für g-g-Kerne, 0 für u-g-Kerne und $-12/A^{1/2}$ MeV für u-u-Kerne.

Die Funktionen $g_s(\alpha_s)$ und $g_c(\alpha_c)$ hängen von der Gestalt des Kerns ab. Dazu benötigen wir eine Parametrisierung der Kernoberfläche. Dabei gehen wir von der Annahme aus, daß die Kernoberfläche eine Äquipotentialfläche ist (s. (II 6)).

Parametrisierung des Tropfens

Wir stellen die Forderung, daß die Kernvolumina während des Streuvorganges konstant bleiben (keine Kompression) und führen die Größe β ein, die eine ellipsoidale Verformung jedes einzelnen Ions bzw. Teilkerns angibt (s. (II 7) und Fig. 3a)

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{\omega_x}{\omega_z} \quad (\text{III } 3)$$

Für $0 < \beta < 1$ entstehen die oblaten, für $0 < \beta > 1$ die prolatischen Deformationen. Im Fall $\beta = 1$ haben wir Kugeln. Reine ellipsoidale Verformung tritt natürlich nur im Bereich $-z_0 \leq z \leq +z_0$, wobei z_0 die Koordinate des Potentialminimums im dazugehörigen Schallenmodell ist. Im Bereich $-z_0 < z < +z_0$ erscheinen noch die Terme höherer Ordnung in $z' = z - z_0$. Dort weicht die Verformung von den rein ellipsoidalen Gestalten ab, bleibt aber immer noch rotationssymmetrisch um die z -Achse. Die Konstanten c und d aus (II 1) hängen von dem Potentialparameter h ab (s. (II 10), (II 11)). Wir wollen jetzt diesem Parameter eine anschauliche Bedeutung geben. Betrachten wir die Dicke des Halses zwischen zwei schon zusammenhängenden Ionen an der Stelle $z=0$ und vergleichen wir sie mit dem Durchmesser des Gebildes an der Stelle $z=z_0$ (s. Fig. 3a). An der Stelle $z=z_0$ haben wir ein Durchmesser $D(z_0)$ (setze $z=z_0$ in der Formel (II 1) unter Berücksichtigung (II 7)):

$$\frac{1}{2} D(z_0) = g(z_0) = \left(\frac{2 V_0}{m_0} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{m_0}{2 V_0} \right)^{1/2} a$$

$$\Rightarrow D(z_0) = 2a \quad (\text{III } 4)$$

Im Punkt $z=0$ kann man unter Berücksichtigung von (II 10) analog verfahren:

$$\frac{1}{2} D(0) = g(0) = a \cdot \left\{ 1 - f_0 \frac{1}{b^2} \left[z_0^2 - z_0^3 \left(\frac{2}{z_0} - \frac{4b^2}{z_0^3 f_0} \frac{h}{V_0} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + z_0^4 \left(\frac{1}{z_0^2} - \frac{3b^2}{z_0^4 f_0} \frac{h}{V_0} \right) \right] \right\}^{1/2}$$

$$\Rightarrow D(0) = 2a \left(1 - \frac{h}{V_0}\right)^{1/2} \quad (\text{III } 5)$$

Das Verhältnis $D(0)/D(z_0) = \mathcal{D}$ ist ein Maß für die Einschnürung des Halses der zusammenhängenden Ionen. Bei den getrennten Ionen verliert $\mathcal{D}$ jegliche physikalische Bedeutung: es wird imaginär (da $h > V_0$). Dieser Effekt war auch zu erwarten, da man die Einschnürung bei solchen Gestalten auch gar nicht definieren kann. Es ist aber h und nicht $\mathcal{D}$ als unabhängiger Parameter gewählt, damit man in allen Bereichen einen geschlossenen Parametersatz benutzen kann. Für $h=V_0$ ist $\mathcal{D}=0$ und auch $g(0)=0$. Also ist $h/V_0=1$ die Berührungskurve. Für die Werte $h/V_0 > 1$ gibt es auf der z -Achse im Bereich $0 < z < z_0$ noch eine Nullstelle. Dies ist das linke Ende des rechten Ions (s. Fig. 3b). Links sind Verhältnisse analog. Die Koordinate dieser Stelle auf der z -Achse ist die Nullstelle folgender Gleichung 4.-Ordnung in z' :

$$d z'^4 + c z'^3 + z'^2 - \frac{b^2}{f_0} = 0 \quad (\text{III } 6)$$

Diese Gleichung wurde numerisch gelöst und ihre Lösung bezeichnen wir mit z^+ . Das rechte Ende des linken Ions z^- liegt dann bei $z^- = -z^+$ wegen der Symmetrie des Problems.

Der Kernrand wird beschrieben durch die Kurve:

$$g(z', V_0, \beta, h, f_0) = \frac{1}{\beta} \left[b^2 - f_0 z'^2 (1 + c z' + d z'^2) \right]^{1/2} \quad (\text{III } 7)$$

wobei b, c und d noch selbst Funktionen von V_0, z_0, β, h und f_0 sind. Für c und d haben wir diese Abhängigkeit schon in (II 10) und (II 11) angegeben. Die Bestimmung von b wird in Kapitel IV §1 noch beschrieben. Für die getrennten Ionen nimmt g den Wert Null im Bereich $z^- < z < z^+$ an.

Die Oberfläche entsteht durch die Rotation des Kernrandes um die z -Achse. Ihre Größe ist dann gegeben durch

(siehe z.B. /Br-66/)

$$S(\alpha_i) = 2\pi \int_{-z_0-b}^{+z_0+b} dz \, g(\alpha_i) \left[1 + \left(\frac{\partial g(\alpha_i)}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{III } 8)$$

wobei wieder α_i stellvertretend für den ganzen Parametersatz (V_0, z_0, β, h, f_0) steht. Wegen der Spiegelsymmetrie an der $z=0$ Ebene gilt

$$S = 2 \cdot 2\pi \int_{z^+}^{z_0+b} dz \, g(1+g'^2)^{1/2} \quad (\text{III } 9)$$

wobei z^+ auch den Wert Null annimmt, wenn die Gestalten zusammenhängend sind. Wir spalten das Integral in zwei Teile auf, um einen Teil analytisch auszuwerten:

$$S = 4\pi \left[\int_{z^+}^{z_0} dz \, g(1+g'^2)^{1/2} + \int_{z_0}^{z_0+b} dz \, g(1+g'^2)^{1/2} \right] \quad (\text{III } 10)$$

Im Bereich $z \leq z \leq z_0 + b$ läßt sich die Integration analytisch durchführen (rein ellipsoidale Deformation):

$$S_1 = 4\pi \int_{z_0}^{z_0+b} dz \, g(1+g'^2)^{1/2} = \begin{cases} 2\pi a^2 \left[1 + \frac{\beta^2}{(\beta^2-1)^{1/2}} \sin \left(\frac{1}{\beta} \sqrt{\beta^2-1} \right) \right] & \text{für } \beta > 1 \\ 4a^2\pi & \text{für } \beta = 1 \\ 2\pi a^2 \left[1 + \frac{\beta^2}{(1-\beta^2)^{1/2}} \log \left(\frac{1+\sqrt{1-\beta^2}}{1-\sqrt{1-\beta^2}} \right) \right] & \text{für } \beta < 1 \end{cases} \quad (\text{III } 11)$$

Dort, wo die Deformation von der rein ellipsoidalen abweicht, wird numerisch integriert. Der Integrand läßt sich in der geschlossenen Form angeben:

$$g' = \frac{\partial g}{\partial z} = - \frac{f_0}{\beta^2} \frac{z' + \frac{3}{2} c z'^2 + 2 d z'^3}{g} \quad (\text{III } 12)$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{2\pi}{\beta} \int_{z^+}^{z_0} dz \left\{ \frac{z'^2}{\beta^2} f_0^2 \left(1 + \frac{3}{2} c z' + 2 d z'^3 \right)^2 + \left[b^2 - z'^2 f_0 (1 + c z' + d z'^2) \right] \right\}^{1/2} \quad (\text{III } 13)$$

Die numerische Integration erfolgt nach der von Gauss entwickelten Methode. Es werden 96 Stützstellen benutzt. Das Ergebnis der Integration ist auf mindestens ersten neun signifikanten Stellen genau.

Jetzt können wir auch die Funktion $g_s(\alpha_i)$ definieren:

$$g_s(\alpha_i) = \frac{S(\alpha_i)}{S(0)} \quad (\text{III } 14a)$$

wobei $S(0)$ die Oberfläche einer Kugel des gleichen Rauminhalts ist. Analog läßt sich auch $g_c(\alpha_i)$ definieren:

$$g_c(\alpha_i) = \frac{C(\alpha_i)}{C(0)} \quad (\text{III } 14b)$$

$C(\alpha_i)$ ist dabei die mittlere Krümmung des Systems. Es ist ein Integral über die Kernoberfläche

$$C(\alpha_i) = \int_S ds \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{III } 15)$$

mit R_1 und R_2 als Hauptkrümmungsradien des Oberflächenelements ds . Diese Definition der Krümmung unterscheidet sich von der bekannten Gauss'schen totalen Krümmung $K = \int_S ds \frac{1}{R_1 R_2}$ die von der Gestalt des Gebildes nicht abhängt und für eine zusammenhängende Oberfläche immer 4π beträgt. Mit $R = -(1+g'^2)^{3/2}/g''$ und $R = g(1+g'^2)^{1/2}$ ist:

$$C(\alpha_i) = \pi \int_{-z_0-b}^{+z_0+b} dz \left(\frac{1+g'^2 - g g''}{1+g'^2} \right) \quad (\text{III } 16)$$

oder nach der partiellen Integration /St-63/:

$$C(\alpha_i) = \pi \int_{-z_0-b}^{+z_0+b} dz g' \operatorname{arctg} g' \quad (\text{III } 17)$$

$C(0)$ ist natürlich die Krümmung der Kugel des gleichen Rauminhalts. Die Integration von (III 17) wurde numerisch durchgeführt, und es gelten die über die numerische Integration oben erwähnten Fakten.

Die Bindungsenergie-Formel

Es ist üblich zu der Bindungsenergie im Rahmen des Tropfenmodells noch die sogenannte Paarkraftenergie hinzuzufügen. Im Prinzip ist diese Energie mikroskopischer Natur. Über weite Bereiche der Periodentafel läßt sich im Mittel folgende Abhängigkeit von A angeben:

$$E_p = \frac{a_p}{A^{1/2}} \quad (\text{III } 18)$$

wobei a_p unabhängig von der Deformation ist. Der mikroskopische Anteil der Paarkraftenergie und ihre Abhängigkeit von der Deformation wird im Kapitel IV §2 diskutiert. Die gesamte Bindungsenergie läßt sich dann schreiben:

$$E_{L_0} = a_v A + a_s g_s A^{2/3} + a_c g_c A^{1/3} + E_{c.m.} + E_p \quad (\text{III } 19)$$

Bestimmung von f_0

Es bleibt noch die Frage zu klären, wie man sinnvollerweise den Parameter f_0 aus (II 1) bestimmt. Dieser Parameter hat einen geringen Einfluß auf das mikroskopische Modell und auf die daraus resultierenden Schalenkorrekturen (s. Kapitel IV §2). Der wesentliche Einfluß dieses Parameters ist in E_{L_0} enthalten. Die Wahl der Minimalisierung von E_{L_0} nach f_0 erscheint hier als sinnvolle, keineswegs einzige, dafür aber einfache Methode zur Bestimmung von f_0 .

$$\frac{\partial E_{L_0}}{\partial f_0} = 0 \quad (\text{III } 20)$$

Dabei muß gesagt werden, daß $E_{LD}(f_0)$ in dem Bereich $0 < f_0 < 6E$ nur ein Minimum besitzt. Die Minimalisierung erfolgt numerisch nach dem Prinzip der Intervalschachtelung. Die geforderte Genauigkeit für E_{LD} beträgt 10 KeV.

Modellkonstanten

Die Konstanten $c_v, \kappa_v, c_s, \kappa_s, c_e, \kappa_e$ und a_p sind aus /My-66/ und /Se-70/ übernommen. Dabei werden einige Inkonsistenzen gemacht da z.B. bei allen Autoren noch die Konstante r_0 aus der Formel (II 5) als freier Parameter angefitet wurde, und in der vorliegenden Arbeit die äquivalenten Radien R_0 und somit auch r_0 den experimentell gemessenen mittleren quadratischen Radien angepasst sind. Bei dem Fit der Konstanten in der oben aufgeführten Referenzen wurden nur die Kerne mit $A \geq 40$ berücksichtigt. Hier betrachten wir aber auch die Streuung von Ionen mit $A < 40$. Außerdem wird die Abweichung der theoretisch berechneten von den experimentell gemessenen Bindungsenergien für kleine A immer größer.

Die benutzten Konstansätze werden in der Tabelle 1 aufgeführt, die zugehörigen Referenzen stehen darüber:

Tabelle 1

	/My-66/ (Satz I)	/Se-70/ (Satz II)	/Gr-69/Satz I
c_v	15,4941 MeV	15,9713 MeV	15,999 MeV
κ_v	1,7826	1,8813	1,7826
c_s	-17,9436 MeV	-20,806 MeV	-17,849 MeV
κ_s	1,7826	2,1797	1,7826
c_e	/	/	6,8 MeV
κ_e	/	/	1,7826

Die Konstante $a_p = 12$ MeV wurde nicht den oben genannten Referenzen entnommen, da auch die mikroskopisch berechnete Korrektur anders berechnet wurde. Außerdem wurde noch der

Wert $a_{\text{Coul}} = 1,4398 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ als Ladungsdichteinheit bei der Berechnung der Coulombenergie verwendet. Diesen Wert findet man im /A1-72/.

Bei der Berechnung des Steupotentials für $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Streuung wird festgestellt, daß die Bindungsenergiedifferenz $E(2 \cdot ^{12}\text{C}) - E(\text{Mg}^{24})$ einen mehr als doppelten Wert annimmt (gemessen $-13,9 \text{ MeV}$, mit Satz I $-30,2 \text{ MeV}$, Satz II und III liefern ähnliche Werte). Dabei sind den Bindungsenergien die Schalenkorrekturen hinzugefügt worden. Mit den Werten $c = -8,8923 \text{ MeV}$ und $c = -14,5 \text{ MeV}$ in dem Satz I erhält man $-12,8 \text{ MeV}$ bzw. $-23,6 \text{ MeV}$, die Werte die mit dem gemessenen zu vergleichen sind,

Die verwendeten mittleren quadratischen Radien und daraus berechneten Werte von r , ω und $\hbar\omega$ befinden sich in der Tabelle 2 hinter dem Anhang C.

§ 2) Tropfenmodell für die "schnellen" Prozesse

In dem Schalenmodell für die "schnellen" Prozesse gehen wir davon aus, daß die streuenden Kerne ein mittleres Potential aufbauen. Wenn die Nukleonen auch diesem Potential schnell genug folgen (wesentliche Annahme bei der Konstruktion der Potentialenergiefläche in der Kernphysik), so stellt sich auch eine mittlere Dichte ein. In dem Schalenmodell wird ein "schneller" Prozess durch die Eigenschaft $\omega(\alpha_i) = \omega_\infty$ charakterisiert. Da ω im Schalenmodell die Rolle des Kernradius spielt, wird für das Tropfenmodell gefolgert: $R(\alpha_i) = R(\infty)$, um konsistent zu bleiben. Dabei tritt natürlich eine Verminderung des Volumens und Erhöhung der Nukleonendichte im Compoundkern auf, was zu einer Kompressionsenergie führt /Sche-68/. Außerdem wird natürlich auch eine größere Oberflächenspannung notwendig, um die Nukleonen in dem kleineren Volumen zu binden; die Oberflächenspannung wird eine Funktion der Dichte.

Die Annahme einer homogenen mittleren Dichte auch bei einer Kompression bedeutet, daß die lokalen Dichteerhöhungen sich mit einer unendlichen Geschwindigkeit in dem Kern ausbreiten können. Die homogene Dichte läßt sich angeben durch:

$$\rho(\lambda_i) = \frac{A}{V(\lambda_i)} \quad (\text{III } 21)$$

wobei $V(\lambda_i)$ das Volumen des Gebildes ist. In /Sche-70/ wird angesetzt

$$E_{\text{com}} = \frac{\alpha_{\text{com}}}{2 \rho(0)} \int_{V(\lambda_i)} d\tau [\rho(\lambda_i) - \rho(0)]^2 \quad (\text{III } 22)$$

wobei $\rho(0)$ die unkomprimierte Dichte bedeutet. Wir setzen (III 21) ein, wodurch dann die Integration zur Trivialität wird, und erhalten:

$$E_{\text{com}} = \alpha_{\text{com}} \frac{V(0)}{2 V(\lambda_i)} \left[\frac{V(\lambda_i)}{V(0)} - 1 \right]^2 \cdot A \quad (\text{III } 23)$$

Die Kompressionsenergie wird eine Funktion des Volumens.

Bei der Oberflächenenergie werden zwei Effekte sichtbar: die Oberfläche verringert sich, die Oberflächenspannung wächst. In dem Extremfall, daß zwei streuenden Kerne auf das Volumen des einen Streupartners komprimiert sind, ist die Oberfläche nur halb so groß wie vor der Streuung. Die Oberflächen Spannung wird aber doppelt so groß wie vor der Streuung sein, weil sich doppelt so viele Teilchen an der Kernoberfläche befinden. Es gilt im allgemeinen $E_s = \sigma \cdot S$. Wenn wir die Oberflächenspannung der Dichte proportional setzen, erhalten wir nach Berücksichtigung von (III 21) und (III 14a)

$$E_s = \alpha_s \cdot \rho_s(\lambda_i) \cdot \frac{V(\lambda_i)}{V(0)} A^{2/3} \quad (\text{III } 24)$$

Diesen Ausdruck bekommt man auch in Ref. /Mü-72/, wenn man in dem Tröpfchenmodell aus Ref. /Sche-69/ homogene Dichte einsetzt und die Yukawa-Wechselwirkung nur in erster Ordnung berücksichtigt. Die Bindungsenergie des Kerns im Tropfenmodell für die "schnellen" Prozesse lautet:

$$E_{L_0} = E_v + E_s + E_{\text{curr}} + E_{\text{com}} + E_{\text{coul}} + E_p \quad (\text{III } 25)$$

mit

$$\begin{aligned} E_v &= a_v \cdot A & E_s &= a_s \cdot g_s \frac{\psi(\lambda_1)}{\psi(\lambda_0)} A^{2/3} \\ E_{\text{curr}} &= a_c \cdot g_c A^{1/2} & E_{\text{com}} &= a_{\text{com}} \frac{\psi(\lambda_0)}{2\psi(\lambda_1)} \left[\frac{\psi(\lambda_1)}{\psi(\lambda_0)} - 1 \right]^2 A \end{aligned}$$

Für die Konstanten a_v , a_s , und a_c gilt dasselbe wie in §1, auch die Funktionen $g_s(\lambda_1)$ und $g_c(\lambda_1)$ sind gleich. Bestimmung der Konstante a_{com} findet in /Sche-69/ statt, wir übernehmen nur den Wert

$$a_{\text{com}} = \frac{100}{9} \text{ MeV} \quad (\text{III } 26)$$

Dieser Wert führt zu einer Kompressionsenergie von 89 MeV, wenn S^{32} auf das Volumen von einem O^{16} Kern komprimiert wird. Berücksichtigt man noch den Zuwachs^{der} Coulombenergie und die Schalenkorrekturen, so wird die Bindungsenergie des komprimierten S^{32} um 135 MeV höher als die von zwei weit entfernten O^{16} Kernen. Vorsichtige Schätzungen aus dem Experiment ergeben einen Wert von etwa 130 MeV /Sche-70/. Die Rechnungen im Thomas-Fermi-Modell ergeben auch ähnliche Werte /Pa-70/. Wenn man die Bindungsenergien aber durch die Summation der Einteilchenenergien bildet, erhält man 270 MeV Differenz für diese zwei Systeme. Dieser Wert dürfte etwas zu hoch liegen,

wie schon in /Pr-70/ bemerkt wurde. Der Vorschlag von C. Toepffer /To-71/, die Potentialtöpfe des Schalenmodells während der Streuung abzusenken, wird nicht berücksichtigt, obwohl dadurch wahrscheinlich etwas bessere Potentiale erzeugt werden können.

Die für die "schnellen" Prozesse berechneten Coulombbarrieren wären zu hoch, wenn wir die Kerne nicht deformieren ließen. Da ein Unterschied in dem Potential zwischen den "schnellen" und "langsamen" Prozessen erst nach der Berührung, d.h. Coulombbarriere, entstehen soll, und der Schalenmodellparameter ω aber konstant während der ganzen Streuung genommen wird, liegt es nahe, die statische Deformation des "langsamen" Modells an der Coulombbarriere auch in dem "schnellen" Prozeß zu benutzen. So wird ein Parametersatz ω als konstant während der Streuung genommen, die Werte werden dem "langsamen" Prozeß an der Coulombbarriere entnommen. Dadurch entsteht ein gewisser Volumen- und Oberflächenschwund, der das reine Coulombpotential im äusseren Bereich um einen etwa konstanten Wert verschiebt. Bei der ^{12}C - ^{12}C Streuung beträgt er etwa 200 KeV in dem ganzen Bereich zwischen der Coulombbarriere und der Konfiguration bei etwa 10 fm Zweizentrenabstand. Die Schwankungen um diesen Wert betragen 10-15% und sind in der Fig. 57 nicht sichtbar. Ausserdem wirkt sich diese Schwankung auf die zu berechnenden Wirkungsquerschnitte nicht aus /F1-73b/.

IV BERECHNUNG DER POTENTIALE

Um die Realteile der Streupotentiale zu berechnen, braucht man eine Verbindung zwischen dem makroskopischen und dem mikroskopischen Modell. Ist diese Verbindung hergestellt, kann man die Streupotentiale definieren und in Abhängigkeit von dem Parametersatz α_i auch berechnen.

§ 1) Volumenerhaltung

Eine wirksame Möglichkeit für die Verbindung zwischen den zwei Modellen bietet uns die Vorschrift der Volumenerhaltung. Wie wir in II und III gesehen haben, läßt sich sowohl in dem mikro- als auch in dem makroskopischen Modell ein Kernrand bzw. Kernoberfläche definieren. Die Forderung nach der Identität der Kernoberfläche in beiden Modellen ergibt eine konsistente Verbindung zwischen dem Schalen- und Tropenmodell. Zusätzlich wird bei den "langsamen" Prozessen gefordert, daß keine Kompression auftritt. In (II 7) haben wir die Beziehung zwischen den Achsen des Kernes - eine Größe des makroskopischen Modells - und den Frequenzen des Oszillators - eine Größe des mikroskopischen Modells - kennengelernt. Noch immer wissen wir aber nicht, wie wir diese zwei Größen berechnen sollen. Im sphärischen Fall ist es trivial: wir setzen in (II 7) $a = b = \sqrt{5/3} < r^2_{exp}^{1/2}$ und bestimmen die Frequenzen. Bei einer allgemeinen Deformation ist es etwas schwieriger. Da fordern wir, daß das Volumen des Kernes in Abhängigkeit vom Parametersatz α_i immer gleich dem Volumen im sphärischen Fall bleibt. Das Oberflächenpotential V_0 schließt dann folgendes Volumen ein:

$$V(\alpha_i) = \mathcal{V} \int_{-z_0-b}^{z_0+b} g(\alpha_i) dz = 2\pi \int_{z^+}^{z_0+b} g^2 dz \quad (\text{IV } 1)$$

In dem Bereich $z_0 < z < z_0 + b$ sind $c=d=0$ und $f_0 = 1$ nach Ver-

abredung. Deswegen spalten wir jetzt das Volumenintegral in zwei Teile:

$$\mathcal{V}_1 = 2\pi \int_{z^+}^{z_0} g^2 dz \quad \text{und} \quad \mathcal{V}_2 = 2\pi \int_{z_0}^{z_0+b} g^2 dz \quad (\text{IV } 2)$$

$\mathcal{V}_2$ lässt sich besonders leicht auswerten. Aus (II 1) und (II 7) folgt:

$$\mathcal{V}_2 = \frac{4\pi}{3\beta^2} b^3 \quad (\text{IV } 2a)$$

$\mathcal{V}_1$ liefert nach der Integration

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_1 = \frac{4\pi}{3\beta^2} \left\{ \frac{3}{2} b^2 (z_0 - z^+) - \left[\frac{3}{10} d (z_0^5 - z^{+5}) - \frac{3}{2} (dz_0 - \frac{1}{4}c) \cdot \right. \right. \\ \cdot (z_0^4 - z^{+4}) + \frac{3}{2} (2dz_0^2 - cz_0 + \frac{1}{3})(z_0^3 - z^{+3}) - \\ \left. \left. - \frac{3}{2} (2dz_0^3 - \frac{3}{2}cz_0^2 + z_0)(z_0^2 - z^{+2}) + \frac{3}{2} (dz_0^4 - cz_0^3 + z_0^2)(z_0 - z^+) \right] \right\} \quad (\text{IV } 2b) \end{aligned}$$

Setzt man für d und c die Ausdrücke (II 10) ein, so sieht man, dass der Term vor $(z_0^2 - z^{+2})$ verschwindet. Aus der geforderten Volumengleichheit folgt eine Gleichung 3.-Ordnung zur Bestimmung von b

$$\begin{aligned} b^3 + \frac{3}{2} (z_0 - z^+) b^2 - \frac{3}{2} f_0 \left[\frac{1}{5} d (z_0^5 - z^{+5}) - (dz_0 - \frac{1}{4}c)(z_0^4 - z^{+4}) + \right. \\ \left. + (2dz_0^2 - cz_0 + \frac{1}{3})(z_0^3 - z^{+3}) + (dz_0^4 - cz_0^3 + z_0^2)(z_0 - z^+) \right] - \beta^2 r_0^3 A = 0 \quad (\text{IV } 3) \end{aligned}$$

In dem Fall des Compoundkerns (zusammenhängende Konfigurationen) vereinfacht sich (IV 3) wegen $z^+=0$ zu

$$b^3 + \frac{3}{2} z_0 b - \left(\frac{3}{10} dz_0^5 - \frac{3}{2} cz_0^4 + \frac{1}{2} z_0^3 \right) f_0 - \beta^2 r_0^3 A = 0 \quad (\text{IV } 4)$$

Die Gleichung (IV 4) läßt sich analytisch lösen. Die reellen Lösungen der kubischen Gleichung sind gegeben durch (vergleiche /Ab-65/ Seite 17):

$$b = (s_1 + s_2) - \frac{z_0}{2} \quad (\text{IV } 5)$$

mit $s_1 = [r + (q^3 + r^2)^{1/2}]^{1/3}$, $s_2 = [r - (q^3 + r^2)^{1/2}]^{1/3}$ wobei
 $r = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{10} d z_0^5 - \frac{3}{2} c z_0^4 + \frac{1}{2} z_0^3 + \rho^2 r_0^3 A \right) - \frac{z_0^3}{\rho}$ und $q = - \frac{z_0^4}{4}$

Die Lösung von (IV 3) können nur iterativ gewonnen werden, da auch z^+ eine Funktion von b ist. Es ist die Nullstelle der Funktion $g(z)$ im Bereich $0 < z < z_0$. Die dazu-gehörige Gleichung 4.-Ordnung gewinnt man für $V=V_0$ und $g=0$ aus (II 1):

$$\begin{aligned} d z^4 - (4 d z_0 - c) z^3 + (6 d z_0^2 - 3 c z_0 + 1) z^2 - \\ - (4 d z_0^3 - 3 c z_0^2 + 2 z_0) z + d z_0^4 - c z_0^3 + z_0^2 - \frac{b^2}{f_0} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV } 6)$$

Die beiden Gleichungen werden iterativ numerisch gelöst mit dem Standardprogramm für die Nullstellensuche ROOT. Die geforderte Genauigkeit ist die vierzehnte signifikante Stelle im Ergebnis.

Nachdem die geometrischen Größen berechnet wurden, kann man mittels (II 7) die Frequenzen des Oszillators erhalten. Die einzige unbekannte Größe, die noch zu bestimmen ist, bleibt das Oszillator-Oberflächenpotential V_0 . Es wird mittels (II 5) und des Verfahrens von K. Prüß /Pr-72/ in dem asymptotischen Bereich bestimmt. Die grundlegende Annahme des Verfahrens für die Bestimmung von V_0 bzw. ω_∞ ist die Anwendung des Virialsatzes für die Oszillatorzustände

$$\langle t_i \rangle = \langle \psi_i \rangle = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 \langle r_i^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_i \quad (\text{IV } 7)$$

Nach der Definition ist der mittlere quadratische Radius

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \langle r_i^2 \rangle \quad (\text{IV } 8)$$

Jetzt werden die Effekte der Spin-Bahn-Wechselwirkung vernachlässigt, sodaß für die Kerne in der 1p-Schale gilt:

$$\sum_{i=1}^A \epsilon_i = 4 \cdot \frac{3}{2} \hbar \omega + (A-4) \cdot \frac{5}{2} \hbar \omega = (2,5 A - 4) \hbar \omega$$

Mit (IV 7) und (IV 8) erhält man

$$\hbar \omega = \left(2,5 - \frac{4}{A} \right) \frac{\hbar^2}{m_0 \langle r^2 \rangle} \quad (\text{IV } 9a)$$

Analog gilt für die

$$\text{2s-1d Schale} \quad \hbar \omega = \left(3,5 - \frac{20}{A} \right) \frac{\hbar^2}{m_0 \langle r^2 \rangle} \quad (\text{IV } 9b)$$

$$\text{2p-1f Schale} \quad \hbar \omega = \left(4,5 - \frac{60}{A} \right) \frac{\hbar^2}{m_0 \langle r^2 \rangle} \quad (\text{IV } 9c)$$

In den Gleichungen (IV 9) werden die $\vec{l} \cdot \vec{s}$ und l^2 Beiträge nur pauschal berücksichtigt, indem die Oszillatorhauptschalen durch die Zustände zwischen zwei magischen Schalen ersetzt werden. Demzufolge gilt (IV 9c) für den Bereich $40 < A \leq 100$. Gegen Ende dieser Schale werden die Kerne so schwer, daß eine Näherungsform des Verfahrens benutzt werden kann (s.z.B. /E1-70/ Seite 200). Der Wert, den man durch diese Näherung bekommt, $\hbar \omega \approx 41 \text{ MeV}/A^{1/3}$ wird durch die "exakte" Formel (IV 9a) schon für Sr^{88} wiedergegeben. Da sich dieser Wert bei der Spaltung, d.h. für die schweren Kerne gut bewährt hat, lassen wir ihn für alle Kerne mit $A \geq 88$ konstant. Die Konstante r_0 wird aber weiterhin aus den mittleren quadratischen Radien nach $r_0 = \sqrt{\frac{5}{3}} \langle r^2 \rangle^{1/2} A^{-1/3}$ berechnet. In diesem Bereich erhält r_0 aber schon in etwa den bei der Näherung benutzten Wert von 1,2 fm, sodaß die Inkonsistenz nicht sehr groß ist.

Bisher beschränkten wir uns auf die Erhaltung des Volumens gebildet durch die Äquipotentialfläche V_0 . Im allgemeinen aber soll für alle Äquipotentialflächen diese Forderung gelten. Das Zweizentrenmodell erfüllt die Forderung dieser sog. simultanen Volumenerhaltung nicht (siehe z.B. /A1-72/) im Gegensatz zu den Schalenmodellen mit nur einem Zentrum (wie z.B. Nilsson-Modell). Dadurch kommt es zu Dichteschwankungen, die dann bei der Aufsummation der Einteilchenenergien zur unrealistischen Streu- oder Spaltpotentiallandschaft führen. Es hat sich gezeigt /Sch-70/, /A1-72/, daß eine bessere Vorschrift gefunden werden muß, um diese Einflüsse zu vermeiden. Die Methode der Kombination der makroskopischen und mikroskopischen Modelle - das sog. Strutinski-Verfahren -, die im IV §2 beschrieben wird, ist bei der Berechnung der Streu- bzw. Spaltpotentiale viel unempfindlicher auf diese Dichteschwankungen. In dem Bereich der Schwankungen werden alle Einteilchenniveaus etwa im gleichen Maße abgesenkt, bei den Schalenkorrekturen kommt es aber nur auf die relativen Abstände der Niveaus an. So sind die Schalenkorrekturen bei der Oberflächenvolumenerhaltung fast gleich denen, gewonnen durch die simultane Volumenerhaltung /Sch-70/. Die simultane Volumenerhaltung erreicht man, indem das Potential mit einer Funktion $\lambda(\alpha, p)$ wobei $p=V/V_0$ eine dimensionslose Größe ist, multipliziert wird. Diese Funktion ist so zu bestimmen, daß die Volumenerhaltung für jede beliebige Äquipotentialfläche erfüllt ist. Die Bestimmung von $\lambda(\alpha, p)$ für das hier angewandte Modell befindet sich im Anhang C. In /Sch-70/ werden die durch die simultane Volumenerhaltung aufgetauchten zusätzlichen Matrixelemente in der Holzer-Basis diagonalisiert. Die Matrixelemente sind Doppelintegrale, die nur numerisch zu berechnen sind. Die Rechenzeit von 30 - 40 Minuten pro Parametersatz ist dabei viel zu groß. Die Verbesserung der Ergebnisse ist viel zu gering, um diesen Aufwand zu rechtfertigen, insbesondere in dem vorliegenden Modell, wo man anstatt zwei Deformationsparameter wie in /Sch-70/ fünf hat.

Es wurde auch eine dritte Methode für die Volumenerhaltung von K. Albrecht /Al-72/ entwickelt. Die Methode besteht darin, die simultan-volumenerhaltende Funktion innerhalb des Kerns zu mitteln und so einen Ausgleich für die Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Volumens der jeweiligen Äquipotentialflächen zu erhalten. Die Mittelung erfolgt nach dem allgemeinen Ansatz:

$$\bar{\lambda}(\alpha_i) = \frac{\int_0^1 dp p^k \lambda(\alpha_i, p)}{\int_0^1 dp p^k} \quad (\text{IV } 10)$$

Für $i=1$ und $k=2$ werden bereits gute Ergebnisse erzielt (/Al-72/, /Fa-71/, /Ho-71/). Eine mögliche Erklärung dafür ist, daß in der Vorschrift (IV 10) für $i=1$, $k=2$ der Gewichtungsfaktor proportional zu V^2 die Flächen mit dem größeren $\langle V \rangle$ bevorzugt. Somit wird die Tatsache widersgespiegelt, daß der Erwartungswert $\langle V \rangle$ mit der Zahl der Nukleonen anwächst. Für einen Oszillator haben wir mit Hilfe des Virialsatzes gerade gezeigt, daß die Besetzungszahl zu V^2 proportional ist.

Man erkennt, daß wir in dem Tröpfchenmodell den speziellen Wert $\lambda(\alpha_i, 1)$ implizit benutzt haben. $\bar{\lambda}$ muß nicht mit $\lambda(\alpha_i, 1)$ übereinstimmen. Tatsächlich weicht der gemittelte Faktor stets nur wenige Prozente oder noch weniger von $\lambda(\alpha_i, 1)$ und auch von dem jeweiligen Wert $\lambda(\alpha_i, p)$ ab. Der Faktor $\bar{\lambda}(\alpha_i)$ wurde stets bei den Rechnungen für die "langsamen" Prozesse verwendet. Dadurch wurde die Oszillatorfrequenz im "langsamen" Prozess zu

$$\omega'(\alpha_i) = \bar{\lambda}(\alpha_i) \cdot \omega(\alpha_i) \quad (\text{IV } 11)$$

verändert.

Bei den "schnellen" Prozessen dagegen wird absolut keine Volumenerhaltung gefordert. Die einzige Vorschrift, die wir machen, bezieht sich auf die Asymptotik und lautet

$$\begin{aligned} \omega'(\alpha_i) &= \omega_\infty \\ b(\alpha_i) &= b_\infty \end{aligned} \quad (\text{IV } 12)$$

Ausserdem wird der Wert des Parameters ϵ , gewonnen an der Coulombbarriere bei dem "langsamen" Prozess, für alle z_0 festgehalten. f_0 kann natürlich nicht aus der Forderung $\frac{\partial \epsilon_{cl}}{\partial f_0} = 0$ bestimmt werden. Es wird auch in diesem Fall der Wert f_0 des "langsamen" Prozesses an der Coulombbarriere benutzt. Daß die Coulombbarriere als Ort der Bestimmung von ϵ und f_0 gewählt wurde, liegt in der Tatsache, daß es keinen Unterschied in dem Potential geben soll, solange die Kerne voneinander getrennt sind. An der Coulombbarriere berühren sich die Kerne und erst in dieser Phase der Reaktion kommt der Unterschied zwischen dem "schnellen" und "langsamen" Prozess zur Geltung. Als einzige frei zu variierende Parameter bleiben uns z_0 und β . So werden die Potentiale bei den "schnellen" Prozessen nur von innen abhängig.

§ 2) Definition der Streupotentiale

Analog zu den Spaltpotentialen wollen wir die Streupotentiale mittels der Deformationsenergie definieren. Die Deformationsenergie $E(\alpha_i)$ wird bei dem phänomenologischen Schalenmodell laut /Mo-59/ definiert als

$$E(\alpha_i) = \sum_{j=1}^A [\epsilon_j(\alpha_i) - \epsilon_j(0)] + \epsilon_{coul}(\alpha_i) - \epsilon_{coul}(0) \quad (\text{IV } 13)$$

Die Coulombenergie wird zugefügt, weil die ϵ_j nur die nukleare nicht aber elektromagnetische Wechselwirkung enthalten. Die Berechtigung dieser Definition ist nicht ersichtlich. Es fehlen sowohl eine theoretische Begründung als auch die Abschätzung der Gültigkeitsgrenzen für die Summation von ϵ_j (manchmal auch Szymański-Verfahren genannt). Dieser Ansatz muß ebenso phänomenologisch angesehen werden, wie auch die Schalenmodelle, auf die er angewandt wird. Trotzdem ist für die Oszillatorpotentiale bei den kleineren Deformationen der Ansatz näherungsweise richtig. Bei den mäßigen oder gar größeren Deformationen

kann das Verfahren zu großen Fehlern führen, da schon die kleinsten Änderungen in ϵ die Deformationsenergien drastisch verändern können, falls sie systematisch von der Deformation abhängen. Es hat sich tatsächlich gezeigt, daß es bei diesem Verfahren immer ein Gebiet in dem Raum der Deformationsparameter gibt, in dem das Verfahren unrealistische Ergebnisse liefert. Um diese unerwünschten Effekte zu vermeiden, schlug Strutinski /St-67/, /St-68/ ein anderes Verfahren zur Berechnung der Deformationsenergien vor. Er legt die makroskopische Energie des Kerns zugrunde (Tropfenmodell) und ergänzt sie um eine Schalenkorrektur δU , die aus ϵ_2 d.h. der mikroskopischen Energie berechnet wird:

$$E(\alpha_i) = E_{\text{Lb}}(\alpha_i) + \delta U(\alpha_i) \quad (\text{IV } 14)$$

Obwohl es auch hierzu keine einwandfreie theoretische Begründung bisher gegeben hat, bewährte sich das Verfahren bei der Berechnung der Spaltpotentiale ausgezeichnet. Eine plausible und leichtverständliche Erklärung des Verfahrens findet man in der Dissertationsschrift von K. Albrecht /Al-72/. Hier soll nur soviel gesagt werden, daß dabei die Niveaudichte um die Fermikante eine wichtige Rolle spielt. Bei den Systemen, bei denen die Niveaudichte oberhalb wie unterhalb der Fermikante konstant ist, wird $\delta U = 0$, d.h. es zeigen sich keine Schaleneffekte. Bei den Systemen, wo die Niveaudichte unterhalb der Fermikante größer ist als die oberhalb, wird $\delta U < 0$. Solche Systeme werden stärker gebunden als durch das Tropfenmodell angenommen, in Übereinstimmung mit den experimentellen Massen für die Kerne mit den magischen Nukleonenzahlen (vergleiche z.B. /My-66/ oder /Se-70/). In dem letztmöglichen Fall, wo die Niveaudichte oberhalb der Fermikante größer ist als unterhalb, wird $\delta U > 0$. Für Protonen und Neutronen wird δU getrennt bestimmt, sodaß sich die gesamte Schalenkorrektur aus der Summe dieser beiden ergibt:

$$\delta U(\alpha_i) = \delta U_p(\alpha_i) + \delta U_n(\alpha_i) \quad (\text{IV } 15)$$

Zu der technischen Ausführung der Berechnung von δU sei noch gesagt, daß der Wert des "Ausschmierungsfaktors" Γ stets $1,2\hbar\omega_0$ betrug. Die Ausführung von Tsang /Ts-99/ über die Unempfindlichkeit von δU für $1\hbar\omega_0 < \Gamma < 2\hbar\omega_0$ trifft für die leichten und schweren Kerne zu, bei den superschweren Kernen ist es keineswegs immer der Fall (siehe dazu Fig. 4). Um das Verfahren auch noch bei der Berechnung der Streupotentiale für die schwersten Ionen verwenden zu können, blieben wir bei der Wahl $\Gamma = 1,2\hbar\omega_0$, obwohl dies jetzt reine Willkür darstellt.

Paarkraftenergie

Die Deformationsenergie nach (IV 13) enthält noch keine, (IV 14) nur einen Teil der Restwechselwirkungen. Die Paarkraft, die wichtigste von den Restwechselwirkungen, könnte einen großen Einfluß auf die Deformationsenergie haben, weil ihr Beitrag P von der Deformation abhängt. Bei den leichten Kernen ist ihr Beitrag vernachlässigbar klein (siehe z.B. /Ba-68/ Seite 180). dort überwiegen die Einflüsse der α -Cluster-Strukturen, die hier nicht berücksichtigt werden. Dies ändert sich aber mit der steigenden Zahl der Nukleonen. Die Streuung von Mg^{24} an Mg^{24} erfordert schon die Berücksichtigung der Paarkraft, weil der Compoundkern Cr^{48} schon so schwer ist, daß ihre deformationsabhängigen Beiträge Oszillationen zeigen, die nicht vernachlässigt werden können. Diese Oszillationen, den Oszillationen der Schalenkorrektur ähnlich, aber in der Phase verschoben, beeinflussen die Streupotentiale, wie wir im Kapitel V sehen werden.

Die BCS-Theorie (siehe z.B. /Ba-68/ Seite 153) ergibt für die Gesamtenergie einer Nukleonensorte:

$$E_{BCS}^{N, Z} = 2 \sum_{i=1}^{N, Z} \epsilon_i v_i^2 - \frac{\Delta}{G} - G \sum_{i=1}^{N, Z} v_i^4 \quad (\text{IV } 16)$$

Die Summation läuft über die Zustände und nicht über die Teilchen. G ist dabei das gemittelte Matrixelement der Paarwechselwirkung, Δ der Gap-Parameter und v_{λ}^2 die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Zustände $|i\rangle$ und $|-i\rangle$ mit einem Teilchenpaar besetzt sind. Als freie Parameter benutzt die Gruppe um Nilsson (siehe z.B. /Ni-69/) G und die Anzahl der beteiligten Zustände, genau so wie Mosel (siehe z.B. /Mo-72/). Der Unterschied zwischen den Rechnungen von Nilsson und denen von Mosel liegt in den Werten dieser Parameter, die Methode bleibt gleich. Die BCS-Gleichungen liefern dann Δ und v_{λ} . Die Paarkraftenergie einer Nukleonensorte wird

$$P(N; z) = E_{\text{BCS}}^{N, z} - \sum_{i=1}^{N, z} \epsilon_i \quad (\text{IV } 17)$$

Die gesamte Paarkraftenergie wird definiert als die Summe:

$$P = P(z) + P(N) \quad (\text{IV } 18)$$

Diese Größe wird von Nilsson und Mosel als Paarkraftkorrektur behandelt und zum Ausdruck (IV 14) addiert. Dies entspricht der Annahme, daß das Tropfenmodell keinerlei Paarwechselwirkung enthält. Es ist aber so, daß die Konstanten des Tropfenmodells an die experimentellen Daten angepaßt werden, sodaß das Tropfenmodell sicherlich den glatten Anteil der Paarkraftwechselwirkung über weite Bereiche des Periodensystems enthält, wie im Kapitel III bereits gesagt wurde. Die möglichen Fluktuationen, die von der lokalen Dichte an der Fermikante verursacht werden, können aber nicht von dem Tropfenmodell erfaßt werden. Diese Überlegung führte Strutinski /St-67/, /St-68/ zur Definition einer Schalenkorrektur der Paarkraftwechselwirkung, ähnlich zur bereits definierten Schalenkorrektur. Das Verfahren ist ähnlich dem bereits beschriebenen Verfahren zur Berechnung der Paarkraftenergie, es ergeben sich aber einige grundsätzliche Unterschiede. Während bei Nilsson der Parameter n

(Anzahl der beteiligten Zustände) einen etwas willkürlichen Wert $2\sqrt{15Z}$ bzw. $2\sqrt{15N}$ und bei Mosel den Wert Z und N annimmt, wird er bei Strutinski zur

$$n_c = 2\Omega \tilde{g}(\tilde{\lambda}) \quad (\text{IV } 19)$$

wobei Ω der mittlere Schalenabstand und $\tilde{g}(\tilde{\lambda})$ die mittlere Niveaudichte an der Fermikante ist. Laut Brack et al. /Br-72/ gilt

$$\tilde{g}(\tilde{\lambda}) \approx \frac{3}{2} \frac{A}{\tilde{\lambda}} \quad (\text{IV } 20a)$$

und

$$\Omega \approx 10 \text{ MeV} \quad (\text{IV } 20b)$$

wobei $\tilde{\lambda}$ die Fermikante einer gleichmässigen Niveauverteilung ist.

Für G werden bei Nilsson und Mosel analytische Ausdrücke angegeben, die sich aber nicht über weite Bereiche des Periodensystems extrapolieren lassen. Bei Strutinski tritt G nicht als freier Parameter auf. Er wird durch die in (III 1) definierte GröÙe E_p über die BCS-Gleichung

$$\frac{2}{G} = \int_{\tilde{\lambda}-\Omega}^{\tilde{\lambda}+\Omega} \frac{\tilde{g}(E) dE}{[(E-\tilde{\lambda})^2 + E_p^2]^{1/2}} \approx 2\tilde{g}(\tilde{\lambda}) \ln\left(\frac{2\Omega}{E_p}\right) \quad (\text{IV } 21)$$

festgelegt. Die BCS-Gleichungen liefern, wie schon erwähnt, die GröÙen Δ und v_k . Die Energie der Paarkraftwechselwirkung ist gleich (vergleiche /St-67/):

$$P(z, N) = \sum_i \left\{ (E_i - \lambda) \operatorname{sign}(E_i - \lambda_0) - \frac{(E_i - \lambda)^2 + \frac{1}{2} \Delta^2}{[(E_i - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2}} \right\} \quad (\text{IV } 22)$$

wobei λ_0 die Fermikante bei nicht vorhandener Paarkraftwechselwirkung ist ($\Delta=0$ d.h. $\lambda_0 = (\epsilon_n + \epsilon_{n+1})/2$). Die Schalenkorrektur in der Paarkraftwechselwirkung wird definiert als:

$$\delta P = P - \tilde{P} \quad (\text{IV } 23)$$

wobei $\tilde{P}$ die Energie der Paarkraftwechselwirkung einer gleichmäßigen Verteilung ist.

$$\tilde{P} = -\frac{1}{2} \tilde{g}(\tilde{\lambda}) E_F^2 \quad (\text{IV } 24)$$

Erweitern wir jetzt den Ausdruck (IV 14) um die Paarwechselwirkungskorrektur. Die Deformationsenergie lautet

$$E(\alpha_i) = E_{LD}(\alpha_i) + \delta U(\alpha_i) + \delta P(\alpha_i) \quad (\text{IV } 25)$$

Jetzt können wir zur Definition des Streupotentials übergehen und definieren:

$$V_{str}(\alpha_i) = E(\alpha_i) - E(GS; \Delta z = \infty) \quad (\text{IV } 26)$$

d.h. der Wert des Streupotentials für den Parametersatz α_i ist die Differenz zwischen der Deformationsenergie des Systems für diesen Parametersatz und der Deformationsenergie zwei unendlich weit getrennter ($z_0 = \infty$) streuender Ionen in ihrem Grundzustand (GS).

V RESULTATE UND IHRE DISKUSSION

Die Anwendung des hier vorgeschlagenen Zweizentrenmodells kann nur die statischen Effekte bei der Schwerionenstreuung beschreiben. Die dynamischen Aspekte des Problems sind noch nicht ganz geklärt, die Ansätze dazu kann man in /F1-73/ finden. In dieser Arbeit sollte eine Systematik der statischen Streupotentiale in der "schnellen" Näherung erstellt werden.

In den Figuren 5-23 wird eine ganze Reihe solcher Potentiale gezeigt. Die Rechnung erfolgte in Schritten von 0,2 fm für Δz , die Schalenkorrekturen und Paarkraftkorrekturen wurden nach dem im Kapitel IV erwähnten Verfahren berechnet. Alle Potentiale sind ^{auf} $\Delta z = \infty$ normiert, d.h. für die unendlich weit getrennten Stoßpartner ist das Potential Null. Als Parameter für das Tropfenmodell diente der Satz I aus der Tabelle 1. Die Oszillatorkonstanten wurden aus den experimentell gemessenen mittleren quadratischen Radien nach dem in IV § 1 beschriebenen Verfahren bestimmt. Die experimentellen Werte, berechnete Oszillatorkonstanten und die Konstanten r_0 der äquivalenten Radien bei homogener Dichteverteilung, wie man sie im Tropfenmodell benutzt, befinden sich in Tabelle 2. In den Figuren 5,6 und 7 wurde der Wert von κ nicht gemäß der Fig. 2 extrapoliert. Da sich κ in diesem Bereich nur schwach ändert, ist dies von keiner großen Bedeutung für eine allgemeine Übersicht über die ganze Periodentafel. Die erwarteten Ergebnisse sind, daß sich die Coulombbarriere mit der wachsenden Massenzahl A (entspricht einem größeren Kernradius) zu höheren Δz Werten verschiebt. Diese Verschiebung kann man sogar bei den Isotopen feststellen, wie z.B. für die Mo-Isotopen in der Fig. 16 oder schon bei den Ca-Isotopen in der Fig. 10. Dabei fällt das Verhalten von dem Ca^{48} - Ca^{48} Streupotential etwas aus dem Rahmen des oben aufgeführten Trends der Ergebnisse, da bei der experimentellen Bestimmung des mittleren quadratischen Radius der Neutronenformfaktor nicht richtig berück-

sichtigt wurde /Br-73/.

Ausserdem kann man sehen, daß die Minima hinter der Coulombbarriere am Anfang tiefer werden, ihre größte Tiefe bei dem $\text{Ar}^{40}\text{-Ar}^{40}$ Potential erreichen - etwa 29 MeV - und dann immer flacher werden. Die Tiefe ändert sich auch bei den Isotopen erwartungsgemäß. Die schwersten Isotope erzeugen immer die tiefsten Potentiale, was durch den Einfluß der Coulombenergie zu erklären ist. Ein Verschwinden der Minima kann man in der Gegend der seltenen Erden beobachten. Bei Nd-Isotopen (Fig. 19) sind die Minima schon so flach, daß man in dem Potentialtopf keinen gebundenen Zustand mehr erwarten kann. Bei den noch schwereren Kernen verschwindet das Minimum völlig. Die Coulombbarriere wird keine Barriere mehr, nur noch ein Knick in dem Potential deutet z.B. bei den Bleis isotopen und bei dem Uran (Fig. 23) die Stelle an, wo sich die Kerne zu berühren anfangen.

Einfluß der Schalenkorrekturen auf die Potentiale kann man in den Figuren 5,6 und 7 deutlich sehen. Während bei $\text{C}^{12}\text{-C}^{12}$ und $\text{N}^{14}\text{-N}^{14}$ Potential die Minima noch abgesenkt werden, kann man bei $\text{O}^{16}\text{-O}^{16}$ Potential eine Abflachung beobachten. Die Absolutwerte der Schalenkorrekturen für diese drei Prozesse sind in den Figuren 24,25 und 26 dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, daß sich die Korrekturen systematisch ändern und angefangen mit $\text{C}^{12}\text{-C}^{12}$ Streuung deutlich gegen die negativen Werte bei $\text{O}^{16}\text{-O}^{16}$ senken.

In den Figuren 27, 28 und 29 kann man den Einfluß des Krümmungsterms aus dem makroskopischen Teil des Modells studieren. Ein Vergleich mit den Figuren 8, 10 und 11 zeigt, daß der Krümmungsterm die Minima weiter vertieft, die Lage der Coulombbarriere aber nicht beeinflußt. Die Barriere selbst wird in ihrem Absolutwert etwas abgesenkt, genau so wie das ganze Potential. Der wesentliche Effekt dabei ist natürlich die Vertiefung der Minima. Sie kommt dadurch zustande, daß mit der wachsenden Überlappung der Kerne die Oberflächenkrümmung verkleinert wird, wodurch der Absolutwert der Krümmungsenergie

insgesamt kleiner wird.

Um die Potentiale für die "langsamen" Prozesse zu bestimmen, muß die ganze Potentialenergiefläche (PEF) berechnet werden. Die Bewegung in PEF soll nach dynamischen Aspekten der spezifischen Reaktion erfolgen. Solche PEF sieht man in Figur 30 bis Figur 34. Auf eine Bestimmung des Weges in PEF wurde dabei verzichtet, da die Kenntnisse über die Dynamik fehlen. Studieren wir der Reihe nach die Flächen:

a) $\underline{C^{12}-C^{12}}$

Bei dieser Fläche wurde der Wert von der Oberflächenkonstante $c = -14,5$ MeV gesetzt, um die Bindungsenergiedifferenz zwischen Mg^{24} und zweier C^{12} Kerne zu erhalten. Das wesentliche Merkmal dieser PEF ist, daß die Coulombbarriere etwa bei $\Delta z = 5$ fm zu erwarten ist. Beim "schnellen" Prozess lag sie bei $\Delta z = 7,5$ fm. Dies deutet darauf hin, daß die C^{12} Kerne vor dem Stoß stark deformiert werden. Das Minimum der Fläche - Mg^{24} Grundzustand - liegt bei einer Deformation von $\Delta z = 3$ fm. Die Abschätzung $z = 3,16$ fm für die Grundzustandsdeformation von Mg^{24} wurde in /Sche-70/ angegeben. Die Coulombbarriere ist um etwa 0,5 MeV zu hoch, verglichen mit dem Experiment /Br-70/.

b) $\underline{O^{16}-O^{16}}$

Diese PEF weist zwei Minima auf. Das sphärische Minimum ist etwas tiefer - 13,5 MeV, während das zweite Minimum bei $\Delta z = 5$ fm, $h = 0,1$ V₀ liegt und - 9,8 MeV beträgt. Ein stark deformierter prolater Zustand in S^{32} bei der $O^{16}-O^{16}$ Reaktion wird auch von Reidemeister /Re-72/ vorausgesagt. In /Re-72/ wurde das Potential nach der Methode der molekularen Orbitalen gerechnet. Das deformierte Minimum liegt dort bei $\Delta z = 4$ fm.

Die Coulombbarriere liegt bei $\Delta z \approx 8-8,5$ fm und ist etwa 2 MeV zu hoch, verglichen mit dem Experiment /Br-70/. Die Lage ist gleich der bei dem "schnellen" Prozess beobachteten (Fig. 7).

c) $Mg^{24}-Mg^{24}$

Bei Mg^{24} erscheinen auf der Berührungskurve $h=V_0$ zwei Minima. Ein Minimum liegt bei der starken prolaten Deformation $\Delta z=11$ fm und hat die Höhe von 19,8 MeV, das andere liegt bei $\Delta z=9$ fm mit der Höhe 20,3 MeV. Dazwischen liegt eine Barriere von 21,7 MeV Höhe. Es ist zu erwarten, daß die zwei möglichen Wege durch diese PEF interferieren, die Bestimmung der dynamischen Massen ist dazu unbedingt erforderlich. Der Grundzustand des Compoundsystems Cr^{48} ist deformiert und liegt bei $\Delta z=1$ fm, $h \approx 0 V_0$.

d) $Si^{28}-Si^{28}$

Der Grundzustand des Compoundsystems Ni^{56} liegt bei einer mittleren Deformation $\Delta z=1,5$ fm, $h=0 V_0$ etwas über -27 MeV tief. Zwischen $\Delta z=0$ und $\Delta z=3$ fm erstreckt sich eine Mulde mit dieser gleichmäßigen Tiefe, die einen sehr komplizierten Grundzustand in Ni^{56} beschreiben sollte. Ein zweites sehr flaches Minimum befindet sich bei der großen prolaten Deformation $\Delta z=12$ fm. Dieses Minimum hat mit seiner Tiefe von -3,7 MeV keinen Einfluß auf den Grundzustand, könnte aber den Weg durch die PEF wesentlich beeinflussen. Sein Ursprung ist durch die Schalenkorrekturen zu erklären.

Die Coulombbarriere von 24,4 MeV in der Gegend von $\Delta z=14$ fm liegt fast 7 MeV unter dem experimentellen Wert von 31,3 MeV /Fe-71/. Außerdem sieht man hier die erste Andeutung der Verschiebung von der Coulombbarriere zu den Werten $h < V_0$.

e) $S^{32}-S^{32}$

Die Struktur dieser PEF ist der von $Si^{28}-Si^{28}$ sehr ähnlich. Der große Einfluß der Schalenkorrekturen bei $\Delta z=15$ fm ist auch in dieser PEF sichtbar. Zwar verschiebt sich die

Coulombbarriere verglichen mit $\text{Si}^{28}\text{-Si}^{28}$ PEF zurück zu den kleineren Werten $\Delta z \approx 11,5$ fm, dafür liegt sie etwa bei dem Wert $h = 0,95 V_0$. Das Compoundsystem hat zwei Minima: ein sphärisches Minimum mit der Tiefe $-14,3$ MeV und ein zweites Minimum bei $\Delta z = 2$ fm, $h = 0 V_0$ von $-13,7$ MeV Tiefe. Dazwischen liegt ein Sattel von $-12,9$ MeV Tiefe.

Alle PEF wurden durch einen folgenden Raster gerechnet: die Schritte in Δz -Richtung betrugen 1 fm, die in h -Richtung $0,1 V_0$. Pro Punkt braucht man zwischen einer halben bis zu zwei Rechenminuten ($\text{U}^{238}\text{-U}^{238}$) je nach Größe der benutzten Basis.

Im Rahmen des hier beschriebenen Modells wurde auch eine andere interessante Frage behandelt. Man weiß, daß mit zunehmender Massenzahl A auch die Paarkorrelationen eine wichtigere Rolle spielen (/Ba-68/ Seite 180). Es ist deswegen interessant zu sehen, wie eine Änderung in der Größe des mittleren Matrixelements G aus (IV 16) die Bildungswahrscheinlichkeit der superschweren Elemente beeinflusst. Die PEF für verschiedene Stärken von G bei der $\text{U}^{238}\text{-U}^{238}$ Streuung sieht man in den Figuren 35 - 38. Mit G_p wurde dabei das nach (IV 21) berechnete Matrixelement bezeichnet. Die Paarkraftkorrekturen ΔP werden nach der Vorschrift von Mosel /Mo-72/ berechnet. In dem Bereich der bekannten Kerne werden von Mosel die Werte

$\frac{1}{2} G_p \leq G \leq G_p \frac{2}{3}$ als vernünftig angegeben. Dies entspricht den Figuren 35 und 36, in denen kein Minimum, notwendig für die Stabilität der Kerne, erscheint. Die Figuren 37 und 38 bringen die Spekulation über eine mögliche Vergrößerung von G in dem Bereich der superschweren Kerne. Die Bildung eines Minimums der Paarkraft zufolge, ist im sphärischen Zustand zu verzeichnen. Mit der wachsenden Stärke dieser Kraft (des Matrixelements) wird das Minimum in der PEF auch tiefer. Wenn wir jetzt annehmen, daß der Streuweg durch die vorliegenden PEF entlang der gestrichelten Linie verläuft, erhalten wir die Streupotentiale, wie sie in der Fig. 39 dargestellt sind. Dabei haben wir angenommen, daß der Weg vor dem Berührungspunkt entlang des Gradienten verläuft, um weiter innen in Richtung der sphärischen Gestalt bzw. des Minimums sich fort-

setzt. An den Potentialen erkennt man, daß sich die Lage der "Coulombbarriere" (gekennzeichnet durch den Pfeil an der jeweiligen Kurve) kaum ändert, ihre Höhe mit zunehmender Stärke von G stark abnimmt. Die Potentiale mit $G=G_p$ und $G=7/6 G_p$ weisen eindeutige sphärische Minima, die zur Bildung des superschweren Elements $^{164}_{476}\text{X}$ führen sollten. Die zwei anderen Potentiale sind dagegen auf dem ganzen Weg repulsiv, wobei das Potential mit $G=2/3 G_p$ schon fast in ein Plateau übergeht. Eine Bildung des oben genannten superschweren Kernels ist nach diesen Potentialen nicht möglich.

Es existiert noch ein mögliches Phänomen, das die Bildung der superschweren Kerne begünstigen könnte. Bei solchen schweren Kernen erreicht die elektronische Bindung schon einige MeV, und da sie mit kleiner werdenden Δz wächst, begünstigt sie dadurch die Formation von superschweren Clusterkernen /Mü-72a/, /Mü-73/. Die Fig. 40 zeigt das elektronische Potential (nach /Mü-73/). Die darauf folgenden Abbildungen Fig. 41-44 zeigen das Verhalten der Potentiale mit und ohne der elektronischen Bindung. Während für $G=1/2 G_p$ diese zusätzliche Bindung das Streupotential fast gar nicht beeinflusst, wird schon bei $G=2/3 G_p$ in Fig. 42 ein Andeuten eines deformierten Minimums sichtbar. Die Resonanzen in dem Streuquerschnitt dieser Reaktion wären eine mögliche Folge des vorliegenden Potentials. Bei den restlichen zwei Potentialen vertiefen sich die sphärischen Minima noch weiter, was zu erwarten war.

Während in den oben beschriebenen Rechnungen die Massenzahl A zur Bestimmung von E_p in (IV 21) gemäß (II 29) variiert wurde, geben die nachfolgenden Figuren einen Überblick darüber, was passiert, wenn man $A=476$ konstant läßt. In der Struktur der PEF ändert sich kaum etwas. In der Fig. 49 wird ersichtlich, daß die Potentialkurven steiler werden, die "Coulombbarrieren", die wieder durch die Pfeile gekennzeichnet sind, abgesenkt und ausserdem zu kleineren Werten von Δz verschoben werden. Das Verhalten der Potentiale nach der Addition der elektronischen Bindung entspricht dem mit dem variablen A ,

wie man den Fig. 50 - 53 entnehmen kann.

In der Fig. 54 wird eine Reihe von Kerngestalten gezeigt, die erzeugt werden, wenn die Kerne in der Fig. 35 entlang des gestrichelten Streuwegs kollidieren, bei $\Delta z = 4$ fm, $h = 0$ V₀. Compoundkern bilden und dann entlang des punktgestrichelten Wegs wieder spalten. Die genauen Koordinaten jeder einzelnen Gestalt in der PEF werden in der Beschreibung der Fig. 54 angegeben.

Um die nötige Rechenzeit bei der Berechnung der Schalenkorrekturen zu sparen, wäre man versucht, δU nur von Δz und nicht von h abhängen zu lassen. In der Fig. 55 wird gezeigt, daß die Schwankung der Korrekturen bei festgehaltenem Δz gleich groß der Schwankung für δU bei festgehaltenem h ist (Fig. 56). Demzufolge darf man die Abhängigkeit der Schalenkorrekturen von h nicht vernachlässigen.

Es bleibt schließlich noch die Frage nach dem Test dieser Potentiale im Rahmen eines optischen Potentials zur Beschreibung der Streuung der schweren Ionen. Bei diesem Test wird versucht, die Wirkungsquerschnitte (WQ) der elastischen C^{12} - C^{12} -Streuung zu reproduzieren. Bei der Berechnung der WQ wurde das durch B. Fink /F1-73a./ berechnete imaginäre Potential benutzt. Das imaginäre Potential wird mikroskopisch im Rahmen des starken Absorptionsmodells bestimmt. In Fig. 57 sieht man das reelle Potential in der "schnellen" Näherung und in Fig. 58 das energieabhängige Imaginärpotential (gestrichelt).

Die WQ werden numerisch nach der Partialwellenanalyse berechnet. Die Methode wird in /Sche-69/ und in /F1-72/ ausführlich beschrieben[†]. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind zum Teil veröffentlicht /Mo-73/, wie z.B. die Anregungsfunktion bei 90° , die auch in Fig. 59 zu sehen ist. Ein Vergleich mit der Anregungsfunktion aus der Referenz /F1-72/ (Fig. 60) zeigt, daß die WQ berechnet in dem vorliegenden Modell die

[†]Ich bedanke mich bei H.J. Fink für die Benutzung der numerischen Programme zur Berechnung der WQ.

experimentelle WQ besser reproduzieren insbesondere in der Gegend der Coulombbarriere. Ein Vergleich mit den experimentellen WQ für andere Winkel werden in Fig. 61-64 gezeigt. Dabei ist besonders auf die Maßstäbe von σ zu achten. Die Übereinstimmung der gemessenen /W1-73/ und berechneten WQ ist sehr gut. Es ist weiterhin zu betonen, daß in dem hier vorliegenden optischen Potential keine freien Parameter zum anpassen der berechneten WQ an die gemessenen vorhanden sind, d.h. es wurde unter der Annahme eines "schnellen" Prozesses mit einem parameterfreien optischen Potential gearbeitet.

ZUSAMMENFASSUNG

Um die Beschreibung der Schwerionensreuung mittels phänomenologischer Modelle zu beschreiben, wird in dieser Arbeit das mikroskopische Zweizentren- Schalenmodell verbessert und eine befriedigende Beschreibung des makroskopischen Tropfenmodells angegeben. Es gelingt alle Kernformen - von zwei getrennten Ionen bis zum Compoundkern in zwei Näherungen zu beschreiben.

Es werden die Volumenerhaltungsvorschriften der Äquipotentialflächen und die Interpolation der Massenwerte zwischen der Konfiguration der zwei getrennten Ionen und des Compoundkerns diskutiert.

Zur Berechnung der Einteilchenenergien wird die Zweizentren-Basis benutzt. Im Anhang werden dazu sämtliche Matrixelemente angegeben. Es werden die Wahl der impulsabhängigen Korrekturpotentiale und der Paarkraftkorrekturen diskutiert.

Im vorletzten Kapitel werden die Vorschriften zur Berechnung der Streupotentiale beschrieben. Es wird eine systematische Bestimmung der Streupotentiale in der "schnellen" Näherung für die Streuung identischer Ionen entlang der ganzen Periodentafel vorgenommen. Schließlich wird der Einfluß der elektronischen Bindung und der Paarkraftkorrelationen an der U^{238} - U^{238} Streuung in der "langsamen" Näherung diskutiert.

Die Gültigkeit der so berechneten statischen Streupotentiale wird am Beispiel der C^{12} - C^{12} elastischen Streuung mit sehr gutem Ergebnis geprüft und diskutiert.

ANHANG A

Matrixelemente des Zusatzpotentials

Nach (II 24) hat das Zusatzpotential folgende Form:

$$H_1 = \frac{1}{2} m_0 \omega_z^2 z'^2 \left[f_0 (1 + c z' + d z'^2) - 1 \right]$$

Seine Matrixelemente zwischen den Zuständen der Form (II 26) kann man durch Ausnutzen der Orthonormalität der Funktionen (II 18) und (II 19) schreiben als:

$$\langle n_z', N_z', m_z', s' | H_1 | n_z, N_z, m_z, s \rangle = \delta_{s's} \delta_{m_z' m_z} \delta_{N_z' N_z} \frac{1}{2} m_0 \langle n_z' | \omega_z^2 z'^2 [(f_0 - 1) + (c z' + d z'^2) f_0] | n_z \rangle \quad (A 1)$$

Bei den noch verbleibenden Integrale über z' werden die Eigenschaften der parabolischen Zylinderfunktionen $U(a, x)$ benutzt. Nach /Ab-65/ ist die erzeugende Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 U(a, x)}{dx^2} - \left(\frac{1}{2} x^2 - a \right) U(a, x) = 0 \quad (A 2)$$

Multiplizieren wir (A 2) mit $U(a', x)$ und die analoge Differentialgleichung für $U(a', x)$ mit $U(a, x)$, subtrahieren wir die Ergebnisse voneinander und integrieren die so entstandene Gleichung, so erhalten wir:

$$\int dx \left[U(a', x) \frac{d^2 U(a, x)}{dx^2} - U(a, x) \frac{d^2 U(a', x)}{dx^2} \right] = (a - a') \int dx U(a, x) U(a', x) \quad (A 3)$$

und für $a \neq a'$ erhält man durch die partielle Integration

$$\int U(a', x) U(a, x) dx = \frac{1}{a - a'} \left[U(a', x) \frac{dU(a, x)}{dx} - U(a, x) \frac{dU(a', x)}{dx} \right] \quad (A 4)$$

Nach der Rekursionsformel in /Ab-65/ gilt aber:

$$\frac{d U(a, x)}{dx} = \frac{1}{2} x U(a, x) - U(a-1, x) \quad (A 5)$$

Dies eingesetzt in (A 4) ergibt die grundlegende Integralformel

$$\int U(a', x) U(a, x) dx = \frac{1}{a-a'} \left[U(a'-1, x) U(a, x) - U(a-1, x) U(a', x) \right] \quad (A 6)$$

Der Fall $a = a'$ läßt sich mit der Hilfe der Regel von L'Hospital berechnen:

$$\int U^2(a, x) dx = U(a-1, x) \frac{\partial U(a, x)}{\partial a} - U(a, x) \frac{\partial U(a-1, x)}{\partial a} \quad (A 7)$$

So können alle Matrixelemente aus (A 1) mittels der Rekursionsformel

$$x U(a, x) = U(a-1, x) - \left(a + \frac{1}{2}\right) U(a+1, x) \quad (A 8)$$

auf die Integrale (A6) bzw. (A 7) zurückgeführt werden. Dazu substituieren wir nur:

$$x = \pm \left(\frac{2m_0 \omega_z}{\hbar} \right)^{1/2} z' \quad (A 9)$$

(oberes Vorzeichen für $z < 0$ unteres für $z > 0$) und erhalten:

$$\int U(a', x) x^a U(a, x) dx = \left(\mp \sqrt{\frac{2m_0 \omega_z}{\hbar}} \right)^{a+1} \int U(a', \mp \sqrt{\frac{2m_0 \omega_z}{\hbar}} z') z'^a U(a, \mp \sqrt{\frac{2m_0 \omega_z}{\hbar}} z') dz' \quad (A 10)$$

Bei der Auswertung der Integrale ist es günstiger, die Umformung nicht auszuführen, sondern nur die Rekursionen durch die Rechenmaschine in den Schleifen durchführen zu lassen.

Deswegen werden auch die explizierten Formen der Integrale auch hier nicht aufgeführt. Zu der Numerik ist noch zu bemerken, daß es sich nicht empfiehlt allzu hohe Potenzen von x auf diese Art zu berechnen, weil die Rechnungsfehler dabei sehr schnell wachsen.

ANHANG B

Matrixelemente der $\vec{l} \cdot \vec{s}$ und der l^2 Potentiale

I

Das verallgemeinerte $\vec{l} \cdot \vec{s}$ Potential hat nach (II 3) die Form:

$$V_{l-s} = - \frac{\hbar \kappa}{m_0 \omega_m} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (B 1)$$

mit der Abkürzung

$$\vec{L} = \nabla V(\varrho, z) \times \vec{p} \quad (B 2)$$

für den verallgemeinerten Drehimpulsoperator $\vec{L}$. Die kartesischen Komponenten von $\vec{L}$ lauten in den Zylinderkoordinaten:

$$\begin{aligned} L_x &= -i\hbar \left(\frac{\partial V}{\partial \varrho} \sin\varphi \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z} \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \varrho} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\cos\varphi}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ L_y &= -i\hbar \left(-\frac{\partial V}{\partial \varrho} \cos\varphi \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \varrho} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\sin\varphi}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ L_z &= -i\hbar \frac{\partial V}{\partial \varrho} \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (B 3)$$

Wegen der Rotationssymmetrie treten die Ableitungen $\frac{\partial V}{\partial \varphi}$ nicht auf. Um die Auswahlregel zu vereinfachen, konstruieren wir aus den kartesischen Komponenten von $\vec{L}$ folgende Linearkombinationen:

$$\begin{aligned} L^+ &= L_x + i L_y \\ L^- &= L_x - i L_y \\ L_z' &= L_z \end{aligned} \quad (B 4)$$

Analog lassen sich auch die Spinoperatoren S^+ , S^- , und S_z definieren. Aus (B 3) und (B 4) erhält man:

$$\begin{aligned} \mathbb{L}^+ &= -\hbar e^{i\varphi} \left(\frac{\partial V}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \rho} - i \frac{\partial V}{\partial z} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ \mathbb{L}^- &= \hbar e^{-i\varphi} \left(\frac{\partial V}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \rho} + i \frac{\partial V}{\partial z} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ \mathbb{L}_z' &= -i\hbar \frac{\partial V}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (\text{B } 5)$$

Die vorhandenen Ableitungen lauten

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = m_0 \omega_\rho^2 \rho \quad (\text{B } 6)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = m_0 \omega_z^2 f_0 z' \left(1 + \frac{3}{2} c z'^2 + 2 d z'^2 \right)$$

$\vec{\mathbb{L}} \cdot \vec{S}$ Operator kann man nach (B 4) schreiben als:

$$\vec{\mathbb{L}} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} (\mathbb{L}^+ S^- + \mathbb{L}^- S^+) + \mathbb{L}_z' S_z' \quad (\text{B } 7)$$

Die Matrixelemente des Spinoperators sind bekannt

$$\begin{aligned} \langle \sigma' | S^+ | \sigma \rangle &= \hbar \delta_{\sigma', \sigma+1} \\ \langle \sigma' | S^- | \sigma \rangle &= \hbar \delta_{\sigma', \sigma-1} \\ \langle \sigma' | S_z' | \sigma \rangle &= \sigma \hbar \delta_{\sigma', \sigma} \end{aligned} \quad (\text{B } 8)$$

Bei der Bildung der $\vec{\mathbb{L}} \cdot \vec{S}$ Matrixelemente wird der einheitlich in (B 8) vorkommende Faktor $\hbar$ schon in $\mathbb{L}$ berücksichtigt (vergleiche die Vereinbarung in /Ni-55/).

$$\begin{aligned} \langle n_z', N_\rho', m', \sigma' | \vec{\mathbb{L}} \cdot \vec{S} | n_z, N_\rho, m, \sigma \rangle &= \frac{1}{2} \langle n_z', N_\rho', m' | \mathbb{L}^+ | n_z, N_\rho, m \rangle \delta_{\sigma', \sigma-1} + \\ &+ \frac{1}{2} \langle n_z', N_\rho', m' | \mathbb{L}^- | n_z, N_\rho, m \rangle \delta_{\sigma', \sigma+1} + \sigma \langle n_z', N_\rho', m' | \mathbb{L}_z' | n_z, N_\rho, m \rangle \delta_{\sigma', \sigma} \end{aligned} \quad (\text{B } 9)$$

Wir wollen jetzt die Matrixelemente der Operatoren $\mathbb{L}^+$, $\mathbb{L}^-$ und $\mathbb{L}_z$ einzeln betrachten - zunächst $\mathbb{L}^+$. Aus (B 5) und (B 6) folgt 1)

$$\langle n_z', N_g', m' | \mathbb{L}^+ | n_z, N_g, m \rangle = \langle n_z', N_g', m' | -m_0 \hbar e^{i\varphi} \cdot \left[-\omega_z^2 f_0 z' \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(1 + \frac{3}{2} c z' + 2 d z'^2 \right) \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \omega_g^2 g \frac{\partial}{\partial z} \right] | n_z, N_g, m \rangle \quad (\text{B } 10)$$

Nach der Einführung der Abkürzung $\tilde{z} \equiv f_0 z' \left(1 + \frac{3}{2} c z' + 2 d z'^2 \right)$ führen wir die Integration über φ aus. Dabei wollen wir die Orthogonalität der Funktionen $\eta_m(\varphi)$ ausnützen und die Vorfaktoren zunächst weglassen:

$$\int \eta_{m'}^*(\varphi) \mathbb{L}^+ \eta_m(\varphi) d\varphi = -\delta_{m', m+1} \left[\omega_z^2 \tilde{z} \left(\frac{m}{g} - \frac{\partial}{\partial g} \right) + \omega_g^2 g \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad (\text{B } 11)$$

Die nun folgende Integration über g erfolgt durch die Rekursionsformeln für die Laguerre'sche Polynome. Dabei werden alle Integrale auf das Orthogonalitätsintegral dieser Polynome zurückgeführt (alle Eigenschaften der Polynome findet man in /Ab-65/):

$$I_{n', n}^m = \int_0^\infty e^{-x} x^m L_{n'}^m(x) L_n^m(x) dx = \frac{(n+m)!}{n!} \delta_{n', n} \quad (\text{B } 12)$$

Daraus ergibt sich sofort die Normierungskonstante N aus (II 19) zu:

$$N = \left(\frac{(n+m)!}{2n! k_g^{m+1}} \right)^{1/2} \quad (\text{B } 13)$$

Aus (B 11) ist es ersichtlich, daß man die Integrale der Form

$${}_1 I_{n', n}^m = \int_0^\infty \chi_{n'}^{m+1}(g) \frac{\partial}{\partial g} \chi_n^m(g) g dg$$

$${}_2 I_{n', n}^m = \int_0^\infty \chi_{n'}^{m+1}(g) \frac{1}{g} \chi_n^m(g) g dg$$

und

$${}_3 I_{n'n}^m = \int_0^{\infty} \chi_{n'}^{m+1}(\xi) \xi \chi_n^m(\xi) \xi d\xi$$

auszuführen hat. Bei ${}_3 I_{n'n}^m$ führt die Anwendung der Relation

$$L_n^m(x) = L_n^{m+1}(x) - L_{n-1}^{m+1}(x) \quad (B 14)$$

und die Substitution $x = k_s \xi^2$ zum:

$$\begin{aligned} {}_3 I_{n'n}^m &= \frac{1}{N' N} \frac{1}{2 k_s^{m+2}} \left(I_{n'n}^m - I_{n'n-1}^m \right) = \\ &= \left[\frac{(n+m+1)}{k_s} \right]^{1/2} \delta_{n'n} - \left(\frac{n}{k_s} \right)^{1/2} \delta_{n'n-1} \end{aligned} \quad (B 15)$$

Bei ${}_4 I_{n'n}^m$ führen wir zunächst die Differentiation durch

$$\begin{aligned} {}_4 I_{n'n}^m &= \frac{1}{N' N} \int_0^{\infty} \chi_{n'}^{m+1} e^{-\frac{1}{2} k_s \xi^2} \xi^m \left[(-k_s \xi + \frac{m}{\xi} + \frac{d}{d\xi}) L_n^m(k_s \xi^2) \right] \xi d\xi = \\ &= -k_s {}_3 I_{n'n}^m + m {}_2 I_{n'n}^m + \frac{1}{N' N} \frac{1}{k_s^{m+1}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{m+1} L_{n'}^{m+1} \frac{dL_n^m}{dx} dx \end{aligned} \quad (B 16)$$

Die Relation

$$\frac{dL_n^m(x)}{dx} = -L_{n-1}^{m+1}(x) \quad (B 17)$$

ergibt

$${}_4 I_{n'n}^m = -k_s {}_3 I_{n'n}^m + m {}_2 I_{n'n}^m - 2 (k_s n)^{1/2} \delta_{n'n-1} \quad (B 18)$$

Das Integral ${}_2 I_{n'n}^m$ braucht nicht berechnet zu werden, da es bei den Rechnungen immer herausfällt.

Jetzt kann man (B 15) und (B 18) in (B 10) einsetzen und erhält:

$$\langle n'_z, N'_s, m' | \mathbb{L}^+ | n_z, N_s, m \rangle = \hbar m_0 \frac{\delta_{m'm+1}}{\sqrt{2 k_s}} \left[\sqrt{N_s + m + 2} \langle n'_z | \omega_z^2 k_s \mathbb{L}^+ + \omega_s^2 \frac{d}{dz} | n_z \rangle \delta_{N'_s N_s + 1} + \right]$$

$$+ \sqrt{N_g - m} \langle n_z' | \omega_z^2 k_g \frac{y}{z} - \omega_g^2 \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g', N_g - 1} \Big] \quad (B 19)$$

Die noch verbleibenden Integrale über z werden nach der im Anhang A beschriebenen Methode ausgewertet.

2)

Die Matrixelemente von $\mathbb{L}^-$ erhält man am leichtesten, wenn man die Transformation $\psi \rightarrow -\psi$ betrachtet. Dabei ändert sich nur die Integrationsvariable, der Wert der Matrixelemente ändert sich aber nicht:

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow -\psi & \mathbb{L}^+ &\rightarrow \mathbb{L}^- \\ |m, N_g\rangle &\rightarrow (-)^m | -m, N_g \rangle \end{aligned} \quad (B 20)$$

So ergibt sich für die Matrixelemente:

$$\langle n_z', N_g', m' | \mathbb{L}^+ | n_z, N_g, m \rangle = - (-1)^{m+m'} \langle n_z', N_g', m' | \mathbb{L}^- | n_z, N_g, m \rangle \quad (B 21)$$

Die Auswahlregeln fordern $m' = m+1$ und $m'+m$ ungerade. Ersetzt man jetzt m durch $-m$ und m' durch $-m'$ so erhält man:

$$\langle n_z', N_g', m' | \mathbb{L}^- | n_z, N_g, m \rangle = \langle n_z', N_g', -m' | \mathbb{L}^+ | n_z, N_g, -m \rangle \quad (B 22)$$

mit der Auswahlregel $m' = m-1$. Eingesetzt in (B 19) erhält man:

$$\begin{aligned} \langle n_z', N_g', m' | \mathbb{L}^- | n_z, N_g, m \rangle &= \hbar m_0 \frac{\delta_{m', m-1}}{\sqrt{2 k_g}} \left[\sqrt{N_g + m} \langle n_z' | \omega_z^2 k_g \frac{y}{z} - \omega_g^2 \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g', N_g - 1} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{N_g - m + 2} \langle n_z' | \omega_z^2 k_g \frac{y}{z} + \omega_g^2 \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g', N_g + 1} \right] \end{aligned} \quad (B 23)$$

3)

Der Operator L_z' wirkt auf ϱ und φ wie die z-Komponente des Drehimpulses. Die Auswertung ergibt:

$$\langle n_z', N_z', m' | L_z' | n_z, N_z, m \rangle = \hbar m_0 m \omega_z^2 \delta_{n_z' n_z} \delta_{N_z' N_z} \delta_{m' m} \quad (B 24)$$

II

Um die Matrixelemente des Operators l^2 aus (II 4) zu erhalten, schreiben wir zunächst die kartesischen Komponenten des Drehimpulsoperators $\vec{l}$ in zylindrischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} l_x &= -i\hbar \left[\varrho \sin\varphi \frac{\partial}{\partial z} - z \left(\sin\varphi \frac{\partial}{\partial \varrho} + \frac{\cos\varphi}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right] \\ l_y &= i\hbar \left[\varrho \cos\varphi \frac{\partial}{\partial z} - z \left(\cos\varphi \frac{\partial}{\partial \varrho} - \frac{\sin\varphi}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right] \\ l_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (B 25)$$

Nach der Bildung der Linearkombinationen analog zu (B 4) erhält man

$$\begin{aligned} l^+ &= -\hbar e^{i\varphi} \left[\varrho \frac{\partial}{\partial z} - z \left(\frac{\partial}{\partial \varrho} + \frac{i}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right] \\ l^- &= \hbar e^{-i\varphi} \left[\varrho \frac{\partial}{\partial z} - z \left(\frac{\partial}{\partial \varrho} - \frac{i}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right] \\ l_z' &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (B 26)$$

Der Operator l^2 läßt sich in folgender Form schreiben:

$$l^2 = \frac{1}{2} (l^+ l^- + l^- l^+) + l_z'^2 \quad (B 27)$$

Damit erhält man für die gesuchten Matrixelemente:

$$\begin{aligned} \langle \sigma', n_z', N_g', m' | l^2 | \sigma, n_z, N_g, m \rangle = & \delta_{\sigma', \sigma} \left(\frac{1}{2} \langle n_z', N_g', m' | l^+ l^- | n_z, N_g, m \rangle + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \langle n_z', N_g', m' | l^- l^+ | n_z, N_g, m \rangle + \langle n_z', N_g', m' | l_z^2 | n_z, N_g, m \rangle \right) \quad (B 28) \end{aligned}$$

Die Matrixelemente von l_z^2 lassen sich sofort angeben:

$$\langle n_z', N_g', m' | l_z^2 | n_z, N_g, m \rangle = m^2 \delta_{n_z' n_z} \delta_{N_g' N_g} \delta_{m' m} \quad (B 29)$$

wobei wieder der Faktor $\hbar$ in μ bzw. μ berücksichtigt wurde. Bei der Berechnung der Matrixelemente von $l^+ l^-$ und $l^- l^+$ bedient man sich am besten der Methode des Einschlebens einer "vollständiger Eins". Dann kann man die Auswahlregeln und die Integrale verwenden, die man schon bei der Berechnung von $\mathbb{L}$ hatte:

$$\langle n_z', N_g', m' | l^+ l^- | n_z, N_g, m \rangle = \sum_{\substack{n_z'', N_g'' \\ m''}} \langle n_z', N_g', m' | l^+ | n_z'', N_g'', m'' \rangle \langle n_z'', N_g'', m'' | l^- | n_z, N_g, m \rangle$$

(B 30)

und

$$\langle n_z', N_g', m' | l^- l^+ | n_z, N_g, m \rangle = \sum_{\substack{n_z'', N_g'' \\ m''}} \langle n_z', N_g', m' | l^- | n_z'', N_g'', m'' \rangle \langle n_z'', N_g'', m'' | l^+ | n_z, N_g, m \rangle$$

Die Operatoren $\mathbb{L}^+$ und l^+ bzw. $\mathbb{L}^-$ und l^- unterscheiden sich nur durch die Faktoren ω_z^+ und ω_z^- sowie durch das Ersetzen von z durch z' . Dieser Vorgang beeinträchtigt die Auswahlregeln für m und N_g Quantenzahlen nicht im geringsten, so daß wir schon vorhandene Auswahlregeln für diese zwei Quantenzahlen voll aus (B 19) bzw. (B 23) übernehmen können. Für sie ergeben sich dadurch neue Auswahlregeln in (B 30), und die Summe über N_g'' und m'' bricht zusammen. Setzen wir zunächst die Ergebnisse (B 23) ein:

$$\begin{aligned} \langle n_z', N_g', m' | l^+ l^- | n_z, N_g, m \rangle = & \sum_{n_z''} \langle n_z', N_g', m' | l^+ | n_z'', N_g'', m'' \rangle \cdot \frac{\delta_{m'' m-1}}{\sqrt{2 k_g}} \cdot \\ & \cdot \left[\sqrt{N_g + m} \langle n_z'' | k_g z' - \frac{d}{dz} | n_z \rangle \delta_{N_g'' N_g-1} + \sqrt{N_g - m + 2} \langle n_z'' | k_g z' + \frac{d}{dz} | n_z \rangle \delta_{N_g'' N_g+1} \right] \end{aligned} \quad (B 31)$$

Analog setzt man (B 19) ein, und als Endergebnis erhält man:

$$\langle n_z', N_g', m' | l^+ l^- | n_z, N_g, m \rangle = \frac{\delta_{m'm}}{2k_g} \quad (B 32)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n_z''} \left\{ \sqrt{N_g^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g - 2} + \right. \\ & + \left[(N_g + m) \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle + (N_g - m + 2) \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \right] \delta_{N_g' N_g} \\ & + \left. \sqrt{(N_g + 2)^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g + 2} \right\} \end{aligned}$$

Die Matrixelemente von $l^- l^+$ haben die gleiche Struktur:

$$\langle n_z', N_g', m' | l^- l^+ | n_z, N_g, m \rangle = \frac{\delta_{m'm}}{2k_g} \quad (B 33)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n_z''} \left\{ \sqrt{N_g^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g - 2} + \right. \\ & + \left[(N_g - m) \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle + (N_g + m + 2) \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \right] \delta_{N_g' N_g} \\ & + \left. \sqrt{(N_g + 2)^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g + 2} \right\} \end{aligned}$$

Zusammengefasst ergeben (B 32) und (B 33):

$$\langle n_z', N_g', m' | \frac{1}{2} (l^+ l^- + l^- l^+) | n_z, N_g, m \rangle = \frac{\delta_{m'm}}{2k_g} \quad (B 34)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n_z''} \left\{ \sqrt{N_g^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g - 2} + \right. \\ & + \left[N_g \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle + (N_g + 2) \langle n_z' | k_g z' - \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \right] \delta_{N_g' N_g} \\ & + \left. \sqrt{(N_g + 2)^2 - m^2} \langle n_z' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z'' \rangle \langle n_z'' | k_g z' + \frac{\partial}{\partial z} | n_z \rangle \delta_{N_g' N_g + 2} \right\} \end{aligned}$$

Die noch verbleibende Integrale über z sind bis auf die Vorfaktoren denen von $\bar{L} \cdot \vec{S}$ -Matrixelemente gleich, und werden

bei der praktischen Ausführung nur einmal maschinell gerechnet. Außerdem wird bei der Rechnung die Summation über n_2'' beibehalten, da die numerischen Eigenschaften der Summe leichter zu kontrollieren sind als die der analytischen Ausdrücke für die z -Integrale mit höheren Potenzen von z' .

mit v_s gleich dem Kugelvolumen

$$v_s = \frac{4\pi}{3} r_o^3 A p^{3/2} \quad (C 5)$$

(C 1) - (C 5) ergeben folgende Gleichung für die Bestimmung von $\lambda(\alpha_i, p)$:

$$\lambda(\alpha_i, p) = \left[b^3 p^{3/2} + \frac{3}{2} z_o b^2 p - \int_0 \left(\frac{3}{10} d z_o^5 - \frac{3}{8} c z_o^4 + \frac{1}{2} z_o^3 \right) \right]^{1/3} (\rho^2 r_o^3 A)^{-1/3} p^{-1/2} \quad (C 6)$$

in dem Fall der zusammenhängenden Äquipotentialflächen und

$$\begin{aligned} \lambda(\alpha_i, p) = & \left\{ b^3 p^{3/2} + \frac{3}{2} (z_o - z_p^+) b^2 p - \int_0 \left[\frac{3}{10} d (z_o^5 - z_p^{+5}) - \frac{3}{2} (d z_o - \frac{1}{4} c) (z_o^4 - z_p^{+4}) + \right. \right. \\ & + \left(3 d z_o^2 - \frac{3}{2} c z_o + \frac{1}{2} \right) (z_o^3 - z_p^{+3}) - \left(3 d z_o^3 - \frac{9}{4} c z_o^2 + \frac{3}{2} z_o \right) (z_o^2 - z_p^{+2}) + \quad (C 7) \\ & \left. \left. + \frac{3}{2} (d z_o^4 - c z_o^3 + z_o^2) (z_o - z_p^+) \right] \right\}^{1/3} (\rho^2 r_o^3 A)^{-1/3} p^{-1/2} \end{aligned}$$

im Fall der getrennten Äquipotentialflächen.

Diese volumenerhaltende Funktion unterscheidet sich von denen gegeben in /Sch-70/ und /Fa-71/. Der Unterschied liegt schon in der Vorschrift (C 3), wo hier das volumenerhaltende Potential V' durch die Gleichheit der Volumina gefordert wird. In /Sch-70/ bzw. /Fa-71/ wird diese Vorschrift durch die Forderung an das Potential gegeben, so daß man statt (C 3) folgende Formel finden kann:

$$V' = V_H \lambda^2(\alpha_i, p) \quad (C 8)$$

Beide Methoden sind gleichwertig; die hier beschriebene ist handlicher und außerdem spart man mit ihr bei der numerischen Auswertung des Integrals (IV 10) die Rechenzeit, weil man durch (C 8) auf eine kubische Gleichung in λ gelangt, die nur numerisch zu lösen ist.

Tabelle 2

Kern	$\langle r^2 \rangle^{1/2} / \text{fm} /$	$\hbar \omega_0 / \text{MeV} /$	$r_0 / \text{fm} /$	Referenz
C ¹²	2,42	15,42	1,36	/Do-69/
N ¹⁴	2,45	15,31	1,31	/Me-59/
O ¹⁶	2,66	13,22	1,36	/Do-69/
Ne ²⁰	2,98	11,678	1,34	/Br-70a/
Mg ²⁴	3,01	12,21	1,34	/Ba-67/
Si ²⁸	3,086	12,13	1,35	/Ba-67/
S ³²	3,244	11,73	1,31	/Ba-67/
Ar ⁴⁰	3,47	10,336	1,31	/Eh-72/
Ca ⁴⁰	3,38	10,89	1,28	/Sh-65/
Ca ⁴²	3,395	11,054	1,26	/Ja-70/
Ca ⁴⁴	3,442	10,987	1,26	/El-67/
Ca ⁴⁸	3,493	11,05	1,241	/El-67/
Ti ⁴⁶	3,57	10,41	1,29	/Th-66/
Cr ⁵²	3,66	10,36	1,24	/Be-64/
Fe ⁵⁴	3,681	10,375	1,257	/Eh-72/
Fe ⁵⁶	3,721	10,272	1,256	/Eh-72/
Ni ⁵⁸	3,725	10,361	1,242	/F1-70/
Ni ⁶⁰	3,755	10,297	1,238	/F1-70/
Ni ⁶²	3,787	10,217	1,235	/F1-70/
Ni ⁶⁴	3,826	10,096	1,235	/F1-70/
Zn ⁶⁴	3,925	9,593	1,267	/Eh-72/
Zn ⁶⁶	3,938	9,606	1,258	/Eh-72/
Zn ⁷⁰	3,966	9,608	1,242	/Eh-72/
Sr ⁸⁸	4,14	9,241	1,202	/He-56/
Zr ⁹⁰	4,261	9,171	1,228	/Eh-72/

Tabelle 2 (Fortsetzung)

Kern	$\langle r^2 \rangle^{1/2} / \text{fm/}$	$\hbar\omega_{\infty} / \text{MeV/}$	$r_0 / \text{fm/}$	Referenz
Mo ⁹²	4,310	9,104	1,233	/Eh-72/
Mo ⁹⁴	4,351	9,039	1,235	/Eh-72/
Mo ⁹⁶	4,383	8,976	1,236	/Eh-72/
Mo ⁹⁸	4,416	8,915	1,237	/Eh-72/
Mo ¹⁰⁰	4,456	8,855	1,239	/Eh-72/
Sn ¹¹⁶	4,55	8,427	1,204	/Ba-67a/
Sn ¹²⁰	4,64	8,333	1,214	/Ba-67a/
Sn ¹²⁴	4,67	8,242	1,209	/Ba-67a/
Nd ¹⁴²	4,913	7,878	1,216	/He-71/
Nd ¹⁴⁴	4,944	7,841	1,218	/He-71/
Nd ¹⁴⁶	4,970	7,805	1,219	/He-71/
Nd ¹⁴⁸	5,000	7,770	1,220	/He-71/
Nd ¹⁵⁰	5,048	7,735	1,227	/H1-70/
Sm ¹⁵²	5,090	7,701	1,231	/H1-70/
Dy ¹⁶²	5,211	7,539	1,234	/H1-70/
Dy ¹⁶⁴	5,218	7,509	1,231	/H1-70/
Er ¹⁶⁸	5,260	7,449	1,231	/H1-70/
Er ¹⁷⁰	5,264	7,419	1,227	/H1-70/
W ¹⁸²	5,357	7,252	1,220	/H1-70/
W ¹⁸⁴	5,369	7,226	1,219	/H1-70/
W ¹⁸⁶	5,373	7,200	1,215	/H1-70
Pb ²⁰⁶	5,4978	6,959	1,202	/An-69/
Pb ²⁰⁸	5,49	6,937	1,196	/La-67/

Figurenbeschreibung

- Fig. 1 a) Die Einteilchenenergien bei der $C^{12}-C^{12}$ -Streuung in der "schnellen" Näherung. Die Energieniveaus in dem Compoundkern Mg^{24} sind energetisch denen von C^{12} gleich. Die Hälfte der Teilchen werden in die angeregte Zustände von C^{12} angehoben.
- b) Dasselbe wie in a) in der "langsamen" Näherung. Die besetzten Niveaus in Mg^{24} entsprechen der Grundzustandskonfiguration dieses Kerns.
- Fig. 2 Inter- und Extrapolation für die Werte von κ und μ . Die Kreise sind die Anpassungspunkte für μ gegeben in /Ra-70/, die vollen Kreise die Punkte für κ .
- Fig. 3 a) Eine typische Kerngestalt der zusammenhängenden Ionen, die im Rahmen des Modells erzeugt wird. Bei $\pm z_0$ liegen die Minima der Oszillatorpotentiale, a und b sind die Halbachsen der Rotationsellipsoide.
- b) Dasselbe wie in a) für die getrennten Ionen. z^+ ist das linke Ende des rechten Ions, z^- das rechte Ende des linken Ions.
- Fig. 4 Ein Beispiel für die mangelhafte Konvergenz der Schalenkorrekturen bei den superschweren Elementen in Abhängigkeit von der Ausschmierungsbreite Γ . Sowohl δU_p als auch δU_n konvergieren an dem Berührungspunkt zweier Urankerne nicht. Bei der Berechnung der Korrekturen werden 600 Basiszustände, was etwa 1000 Einteilchenzustände nach der Diagonalisierung entspricht, benutzt.
- Fig. 5 Streupotential für $C^{12}-C^{12}$ Streuung in der "schnellen" Näherung. Die Höhe der Coulombbarriere wurde

an das Experiment angepasst. Tropfenmodellparameter sind dem Satz I aus der Tabelle 1 entnommen.

Fig. 6 Dasselbe wie in Figur 5 im Fall der N^{14} - N^{14} Streuung.

Fig. 7 Dasselbe wie in Fig. 5 für O^{16} - O^{16} Streuung.

Fig. 8 Streupotentiale in der "schnellen" Näherung für Ne^{20} - Ne^{20} , Mg^{24} - Mg^{24} und Si^{28} - Si^{28} . Die Coulombbarriere ist nicht an das Experiment angepasst, sondern mit dem gleichen Parametersatz wie bei O^{16} - O^{16} erzeugt. Ihre Höhe ist in dem Fall von Si^{28} - Si^{28} mit 32,8 MeV nur 1,5 MeV höher als der Experimentalwert (/Fe-71/).

Streupotentiale in der "schnellen" Näherung
gerechnet mit dem Parametersatz der O^{16} - O^{16} Streuung

Fig. 9 S^{32} - S^{32} und Ar^{40} - Ar^{40}

Fig. 10 Ca-Isotope

Fig. 11 Ti^{46} - Ti^{46} und Cr^{52} - Cr^{52}

Fig. 12 Fe-Isotope

Fig. 13 Ni-Isotope

Fig. 14 Zn-Isotope

Fig. 15 Sr^{88} - Sr^{88} und Zr^{90} - Zr^{90}

Fig. 16 Mo-Isotope

Fig. 17 Sn-Isotope

Fig. 18 $\text{Nd}^{142}\text{-Nd}^{142}$ und $\text{Sm}^{152}\text{-Sm}^{152}$

Fig. 19 Nd-Isotope

Fig. 20 Dy-Isotope

Fig. 21 Er-Isotope

Fig. 22 W-Isotope

Fig. 23 Pb-Isotope und $\text{U}^{238}\text{-U}^{238}$. Die linke Skala bezieht sich auf Pb-Isotope die rechte auf Uran.

--

Fig. 24 Absolutwert der Schalenkorrekturen bei $\text{C}^{12}\text{-C}^{12}$ Streuung in der "schnellen" Näherung.

Fig. 25 Dasselbe wie in Fig. 24 bei $\text{N}^{14}\text{-N}^{14}$ Streuung.

Fig. 26 Dasselbe wie in Fig. 24 bei $\text{O}^{16}\text{-O}^{16}$ Streuung.

Fig. 27 Dasselbe wie in Fig. 8 unter Verwendung des Satzes III aus der Tabelle 1.

Fig. 28 Wie in Fig. 27 für die Ca-Isotope.

Fig. 29 Dasselbe wie in Fig. 27 für $\text{Ti}^{46}\text{-Ti}^{46}$ und $\text{Cr}^{52}\text{-Cr}^{52}$ Streuung.

PEF bei der Streuung in der "langsamen" Näherung

Fig. 30 $\text{C}^{12}\text{-C}^{12}$ - die Konstante c_s aus dem Satz I in der Tabelle 1 wurde auf den Wert -14,5 MeV geändert.

Fig. 31 $\text{O}^{16}\text{-O}^{16}$

Fig. 32 $\text{Mg}^{24}-\text{Mg}^{24}$

Fig. 33 $\text{Si}^{28}-\text{Si}^{28}$

Fig. 34 $\text{S}^{32}-\text{S}^{32}$

-. -

Fig. 35-38 PEF bei der $\text{U}^{238}-\text{U}^{238}$ Streuung in der "langsamen" Näherung und bei der Veränderung von der Stärke des Paarkraft-Matrixelements G . G_p entspricht dem Matrixelement aus (IV 21). Die gestrichelte Kurve soll den Streuweg, die punktgestrichelte den Spaltweg andeuten. Beide Wege verlaufen entlang des Gradienten: bei der Streuung wird der Gradient in dem Bereich $h \geq V_0$ bestimmt und der Weg für $h < V_0$ analytisch fortgesetzt, bei der Spaltung genau umgekehrt. Die Massenzahl A wurde in jedem Punkt der PEF nach (II 29) variiert um E_p aus (IV 21) zu berechnen. Abstand der Iso-
linien beträgt jeweils 10 MeV.

Fig. 39 Streupotentiale entlang der Streuwege in Fig. 35-38. Die "Coulombbarrieren sind mit den Pfeilen angedeutet.

Fig. 40 Das elektronische Potential bei der $\text{U}^{238}-\text{U}^{238}$ Streuung.

Fig. 41-44 Streupotentiale entlang der Streuwege aus Fig. 35-38 mit und ohne elektronischen Anteil.

Fig. 45-48 Figuren analog zu den Fig. 35-38, nur wurde hier $A=476$ bei der Bestimmung von E_p angenommen.

Fig. 49 Diese Figur ist der Fig. 39 analog, bezieht sich aber auf die Figuren 45-48.

Fig. 50-53 Analoge Figuren zu Fig. 41-44 bezogen auf die PEF gezeigt in Fig. 45-48.

Fig. 54 Kerngestalten bei der Streuung von U^{238} - U^{238} und anschließender Spaltung. Die Gestalten werden bei folgenden Koordinaten erzeugt (Reihenfolge in Pfeilrichtung):

Δz / fm /	h / V_0 /
21	1,3
18	1,1
16	1,0
14	0,8
12	0,5
8	0,1
4	0,0
12	0,1
14	0,2
17	0,4
19	0,6
21	0,8
24	1,0

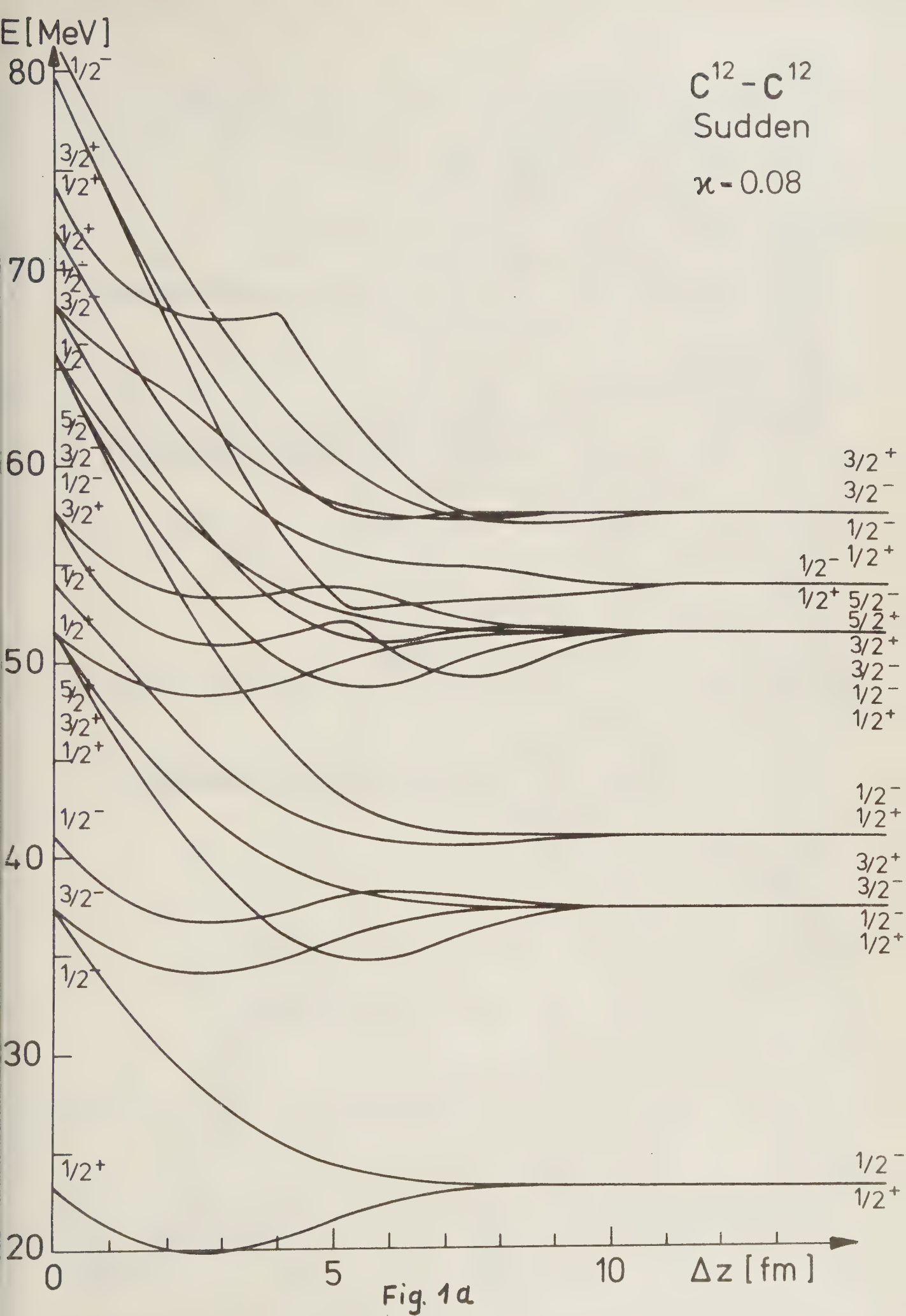
Fig. 55 Schalenkorrekturen bei U^{238} - U^{238} Streuung in der "langsamen" Näherung entlang der $\Delta z=19$ fm Linie.

Fig. 56 Schalenkorrekturen wie in Fig. 55 entlang der $h=0.5 V_0$ Linie.

Fig. 57 Streupotential für C^{12} - C^{12} Streuung in der "schnellen" Näherung. Für die Konstante c_s aus dem Satz I in der Tabelle 1 wurde der Wert $-8,8923$ MeV gesetzt um die Bindungs-

energiedifferenz zwischen zwei C^{12} und Mg^{24} Kerne zu reproduzieren.

- Fig. 58 Das imaginäre Potential (gestrichelt) nach /F1-73a/ und das reelle Potential (durchgezogen) aus Fig. 57, die für die Berechnung der Streuquerschnitte benutzt werden.
- Fig. 59 90° -Anregungsfunktion bei der elastischen C^{12} - C^{12} Streuung berechnet aus dem optischen Potential gezeigt in Fig. 58 (gestrichelt) und der gemessene WQ /W1-73/.
- Fig. 60 Ergebnisse aus der Ref. /F1-72/.
- Fig. 61-64 Berechnete und gemessene /W1-73/ Anregungsfunktionen bei den Winkeln 50° , 60° , 70° , und 80° . Die theoretischen Kurven wurden mit dem in Fig. 58 gezeigten optischen Potential berechnet.



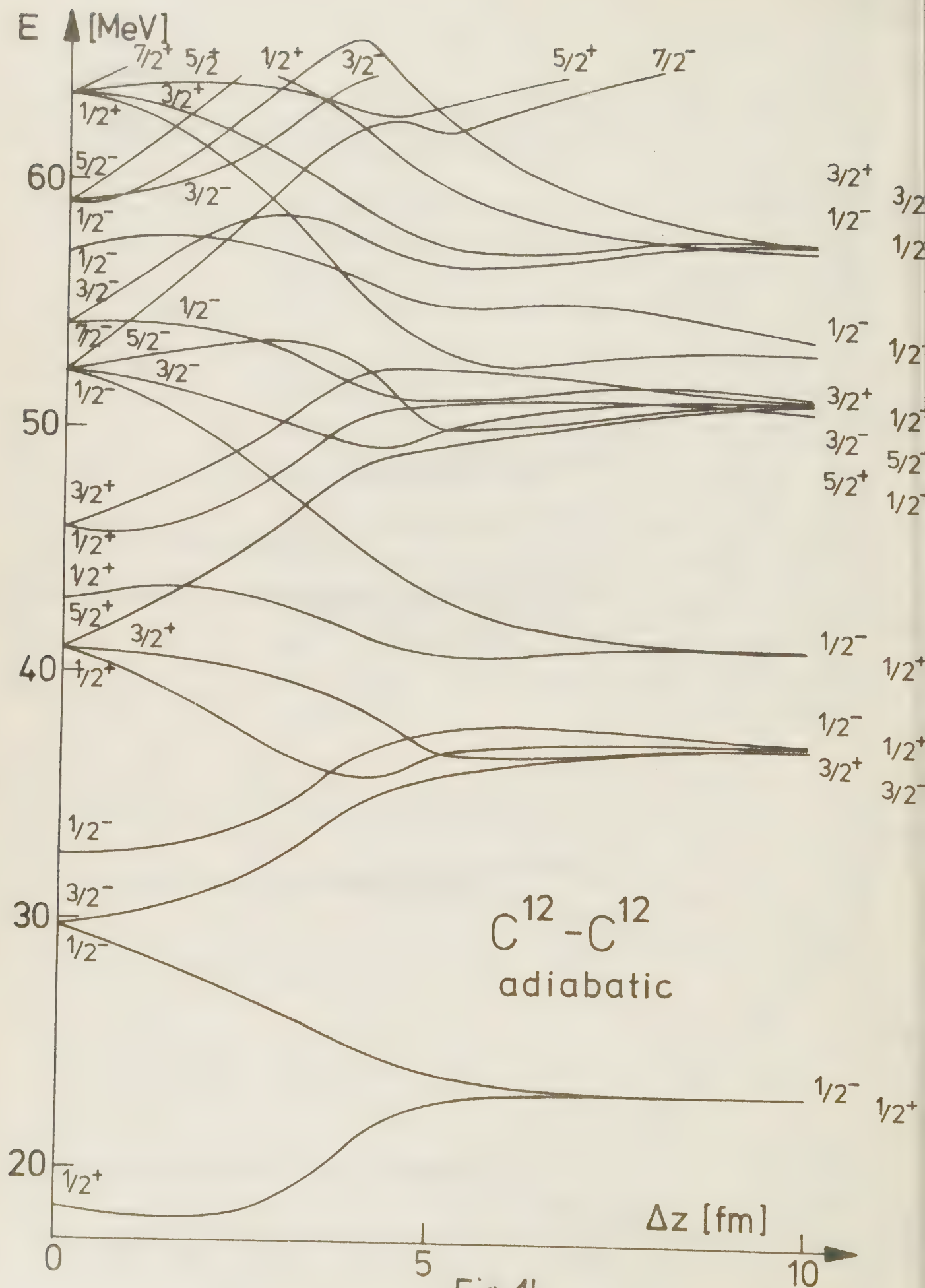


Fig. 1b

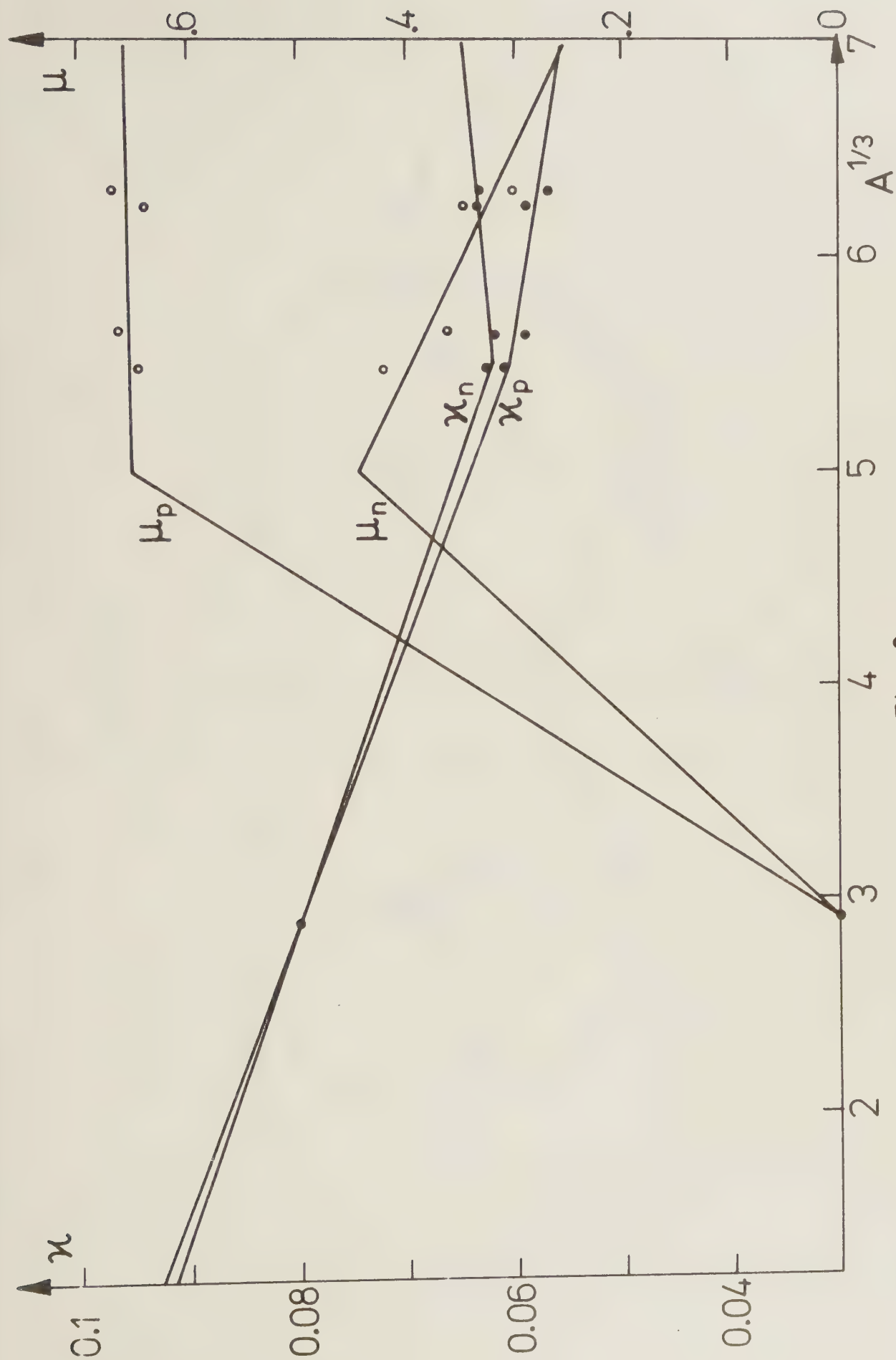


Fig. 2

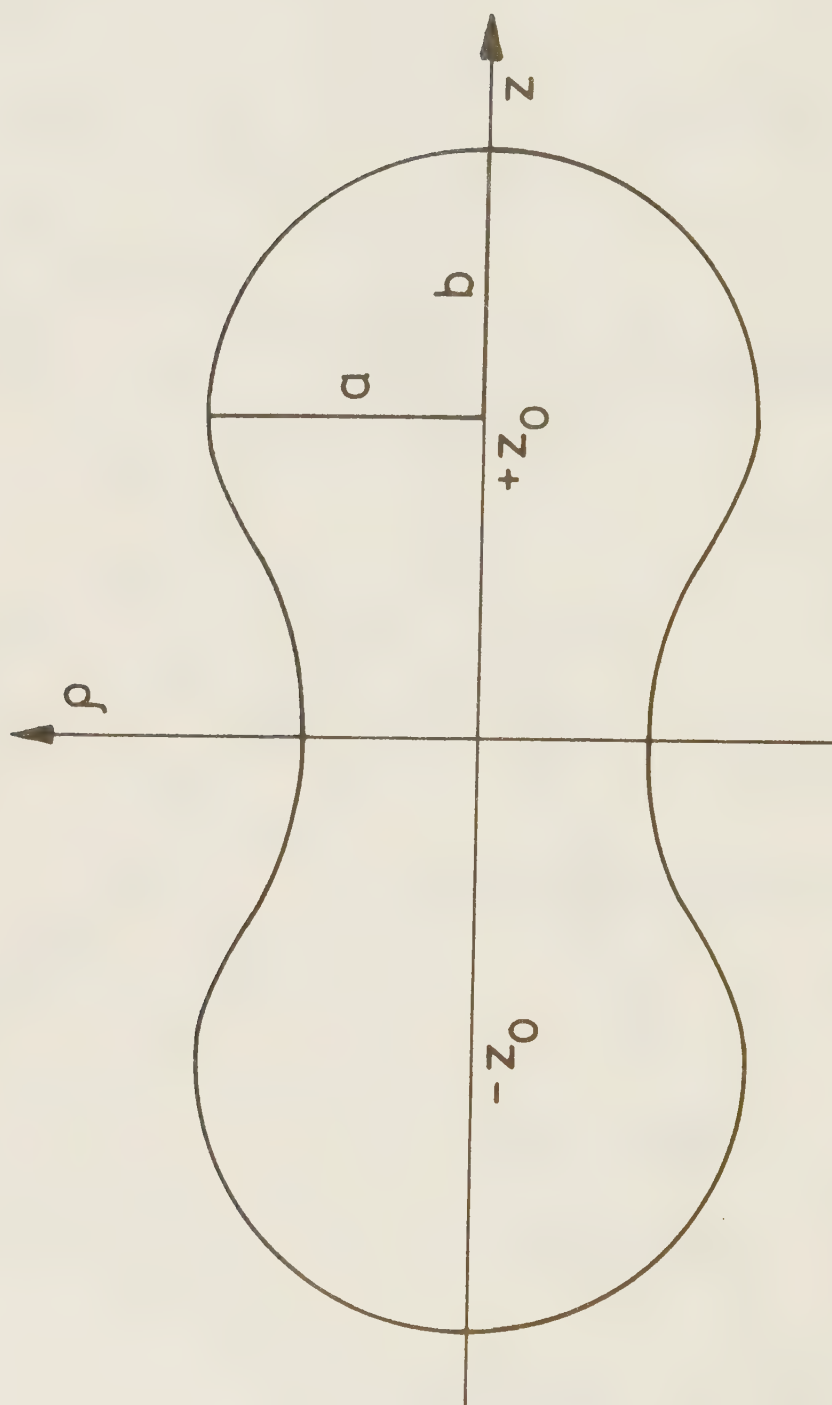


Fig. 3a

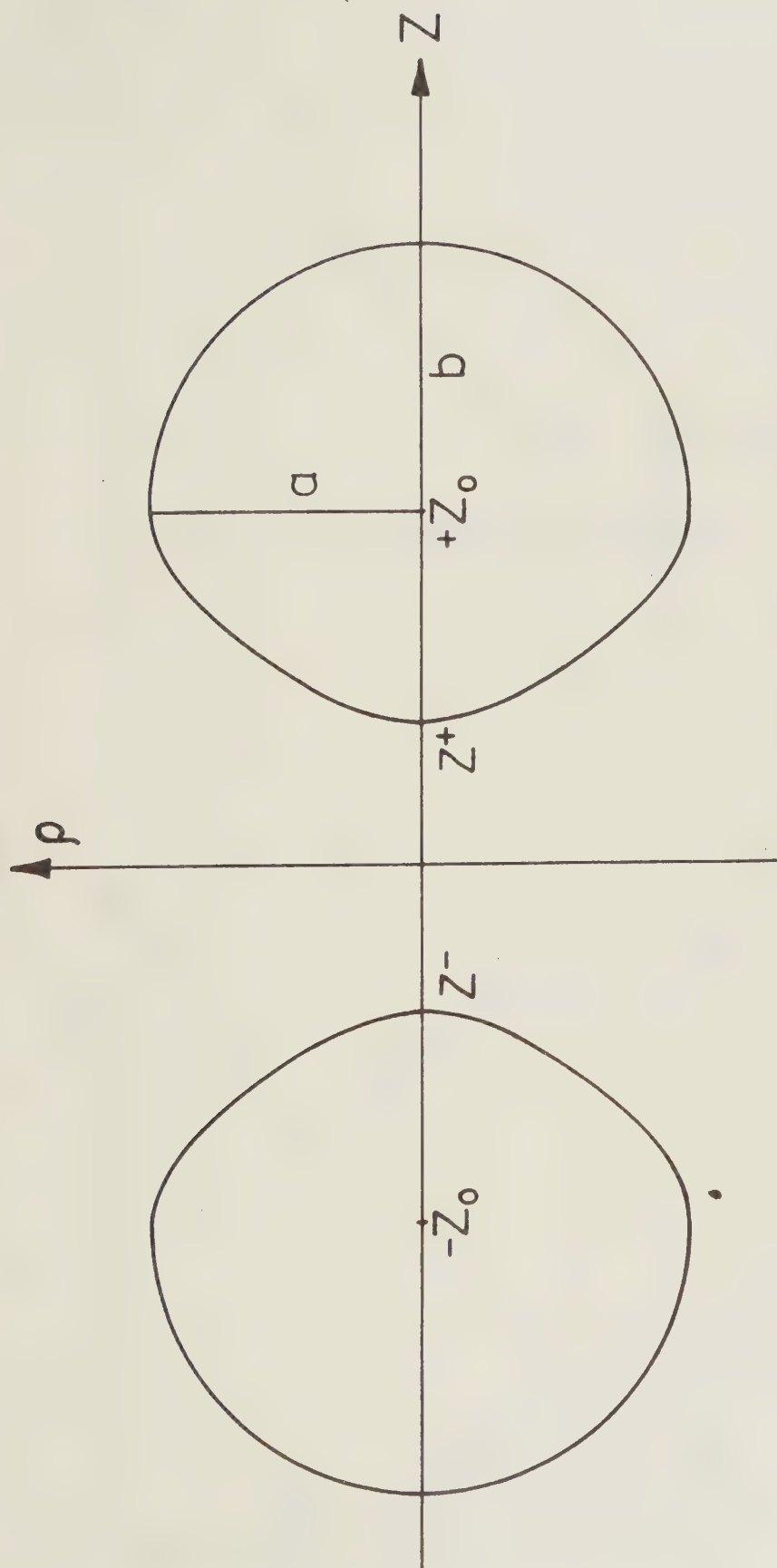


Fig. 3b

$U^{238} - U^{238}$

adiabatic

$\Delta Z = 18 \text{ fm}$, $h = V_0$

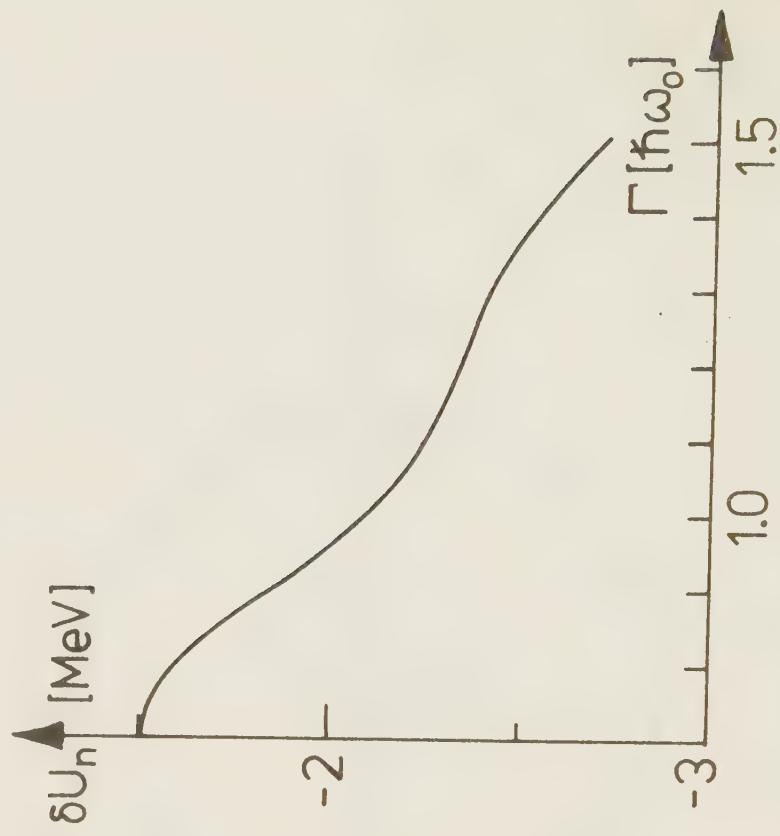
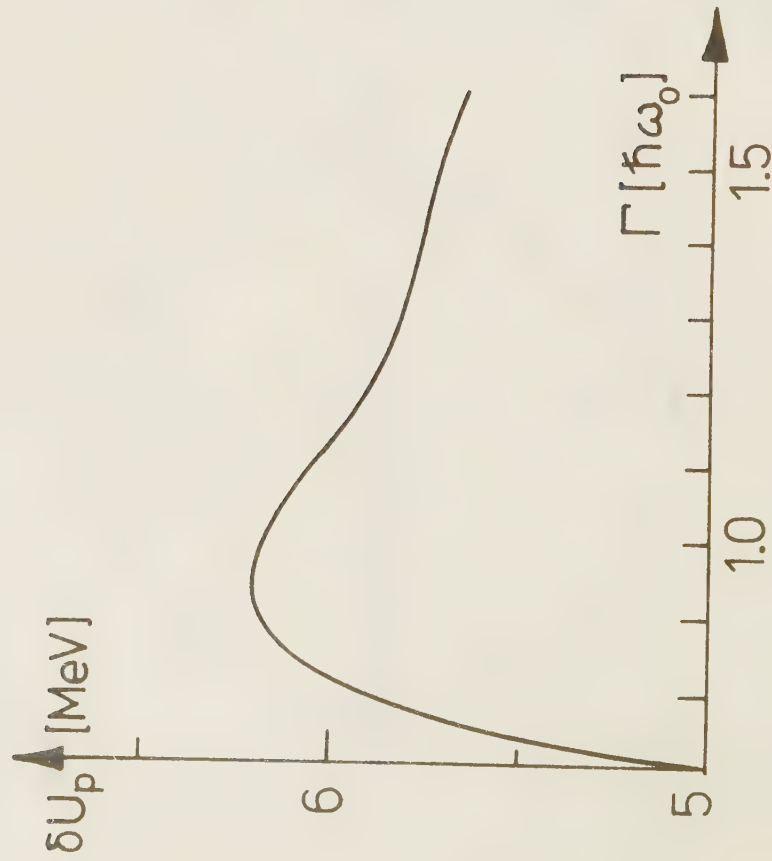


Fig. 4

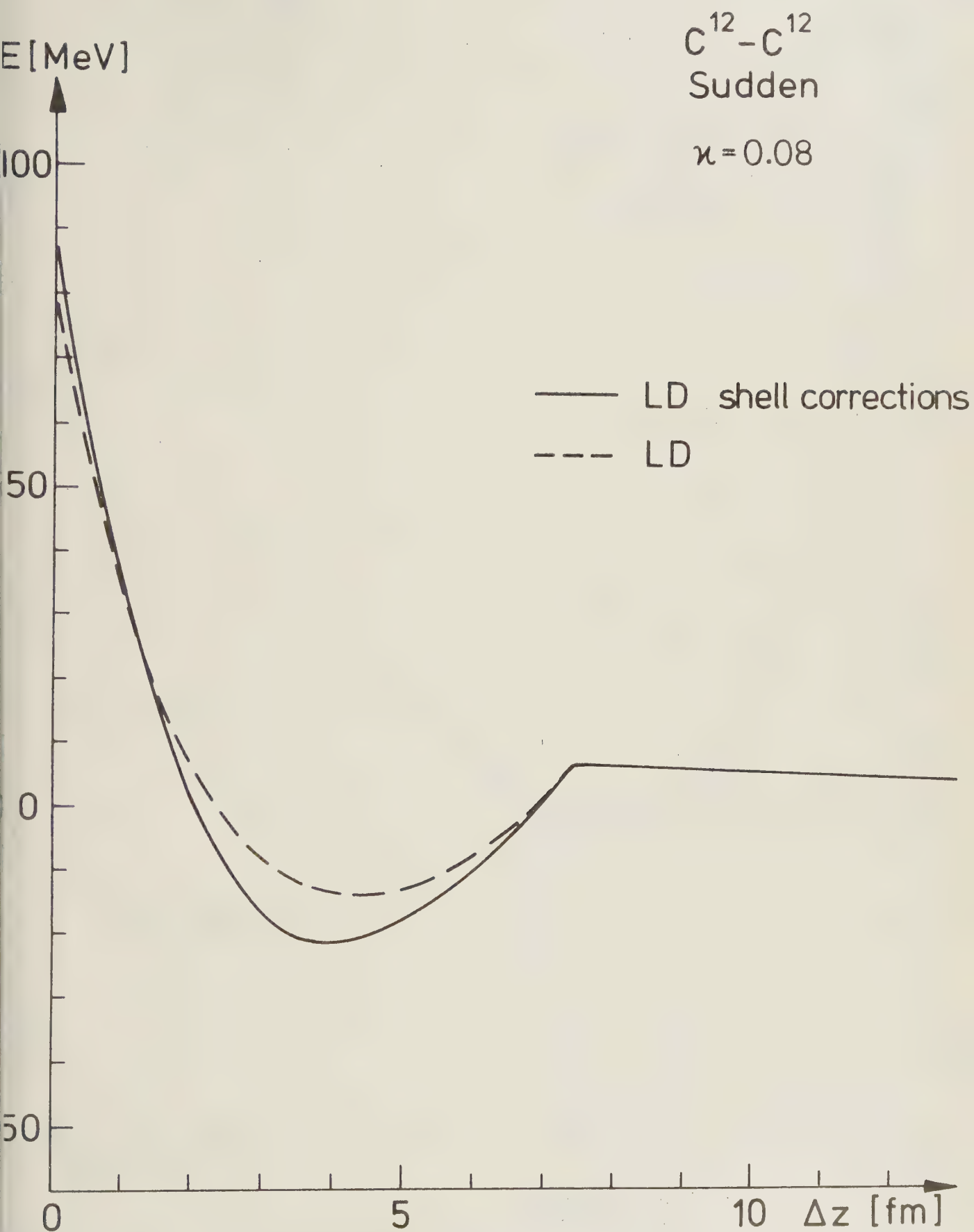


Fig. 5

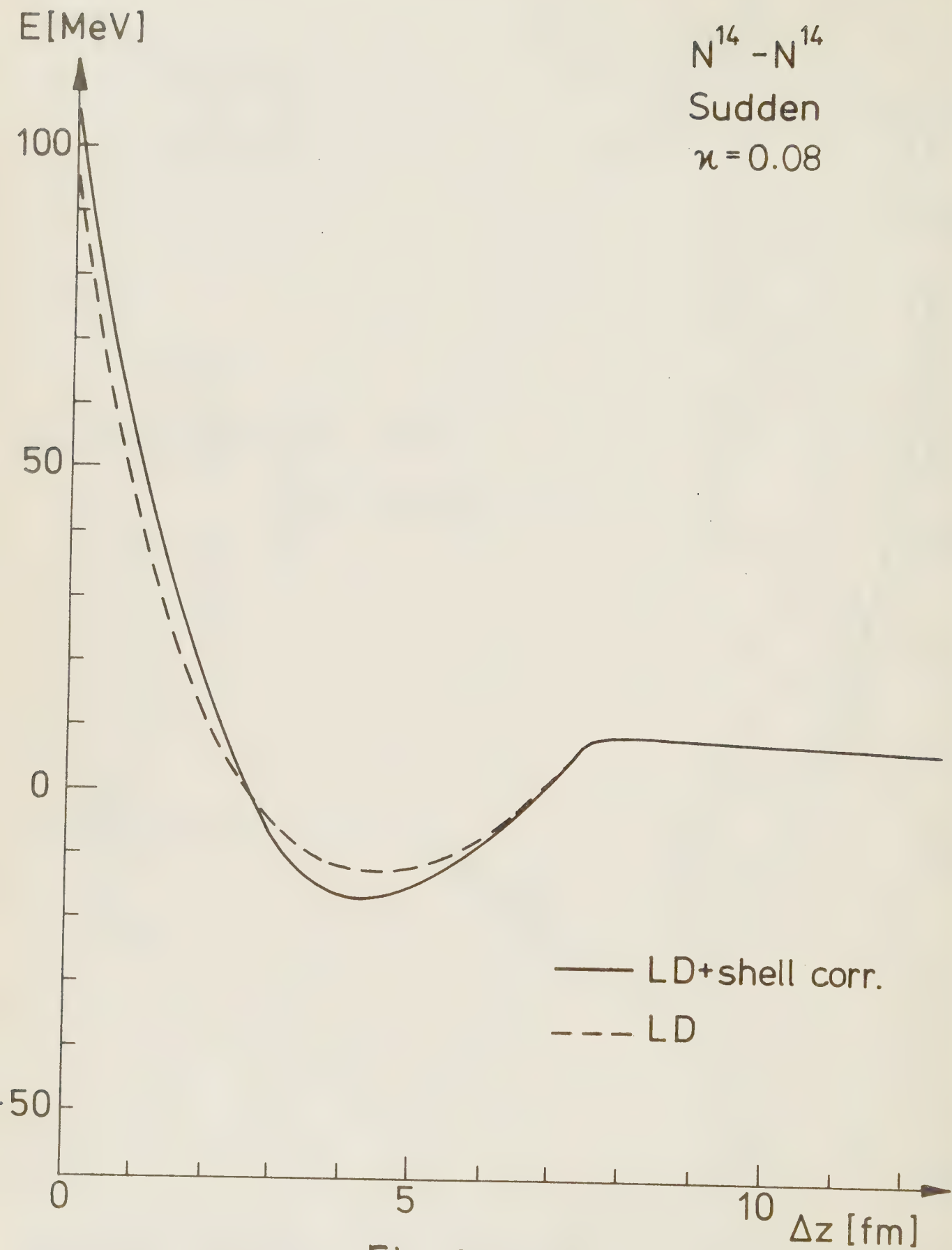


Fig. 6

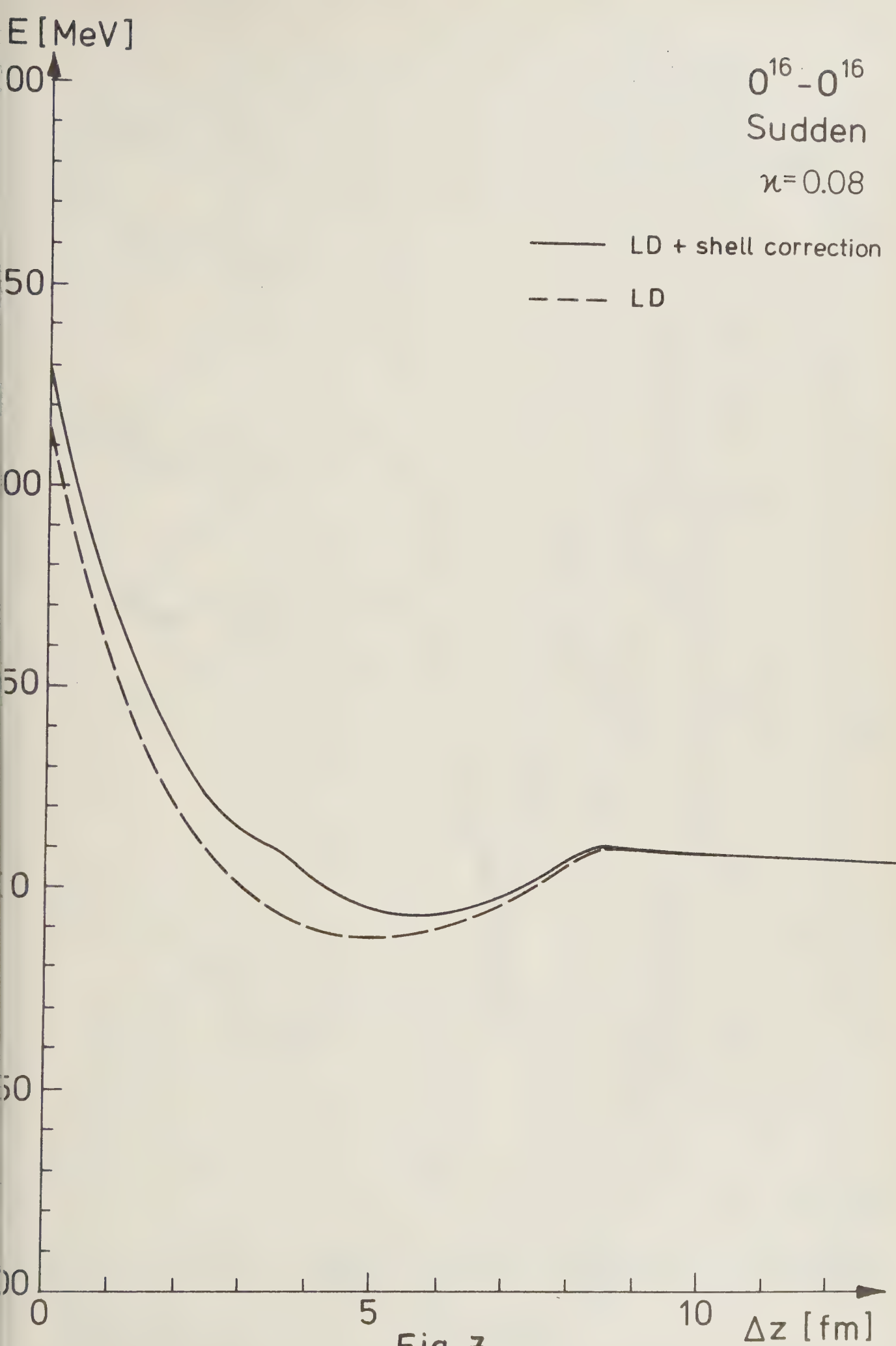


Fig. 7

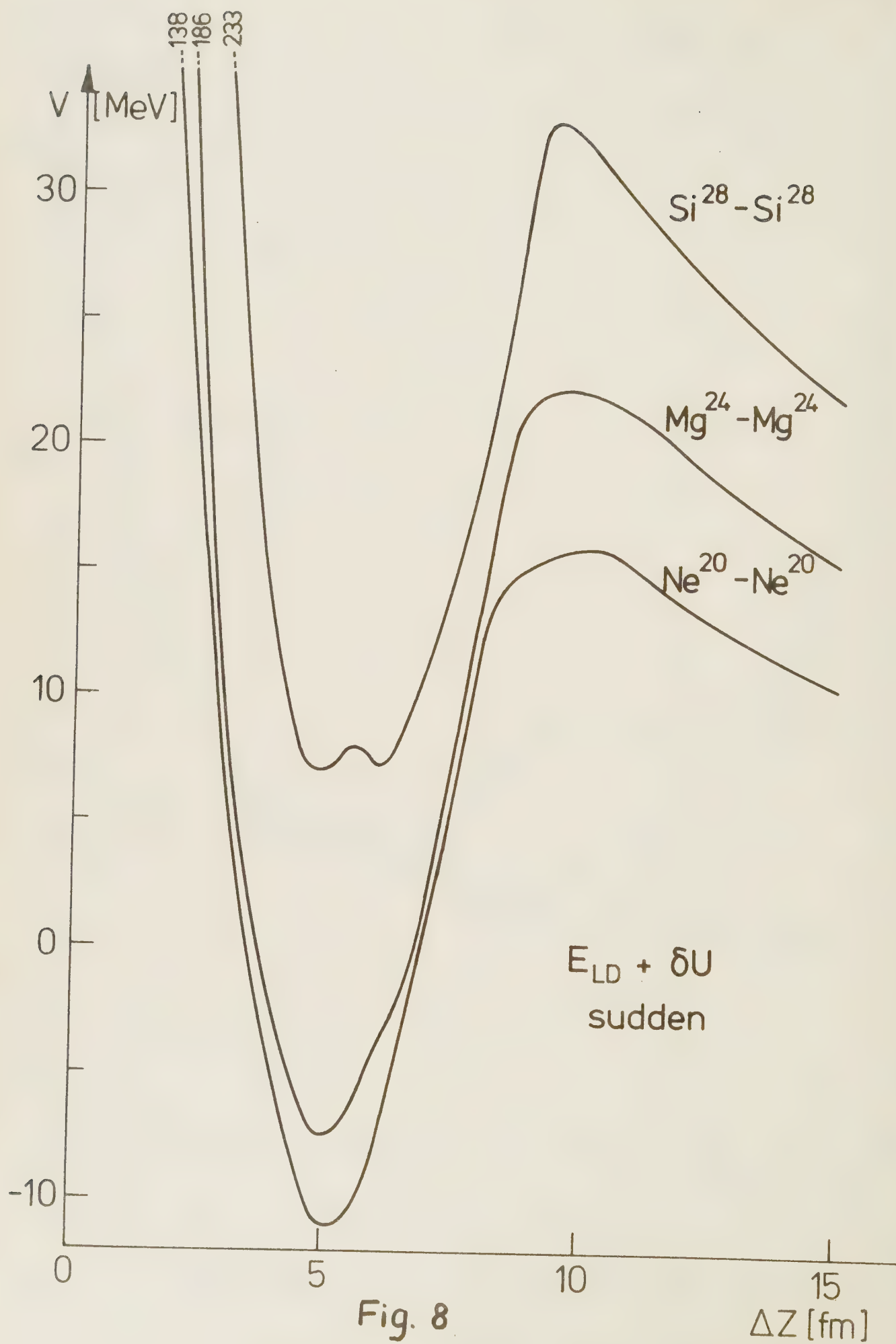


Fig. 8

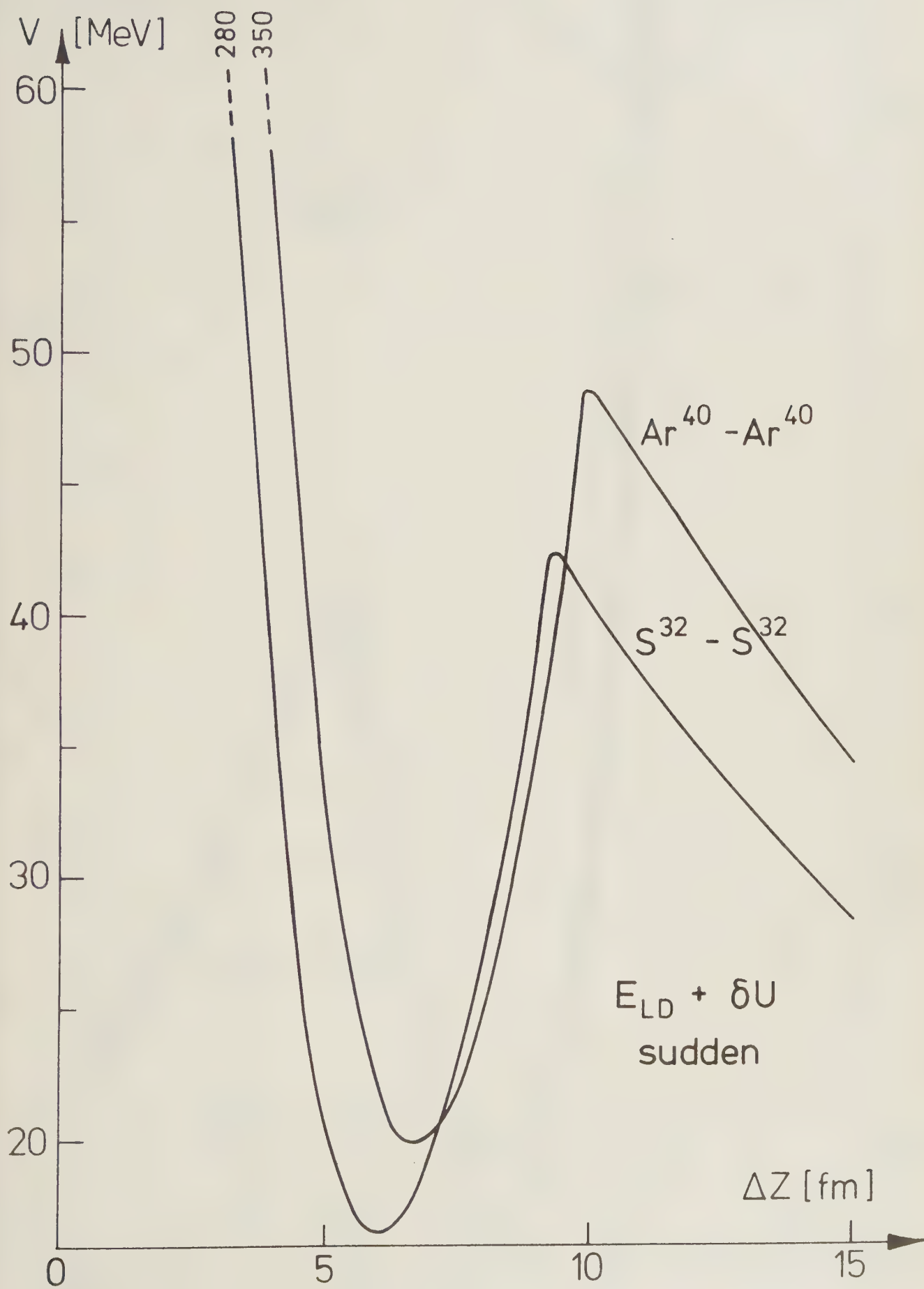
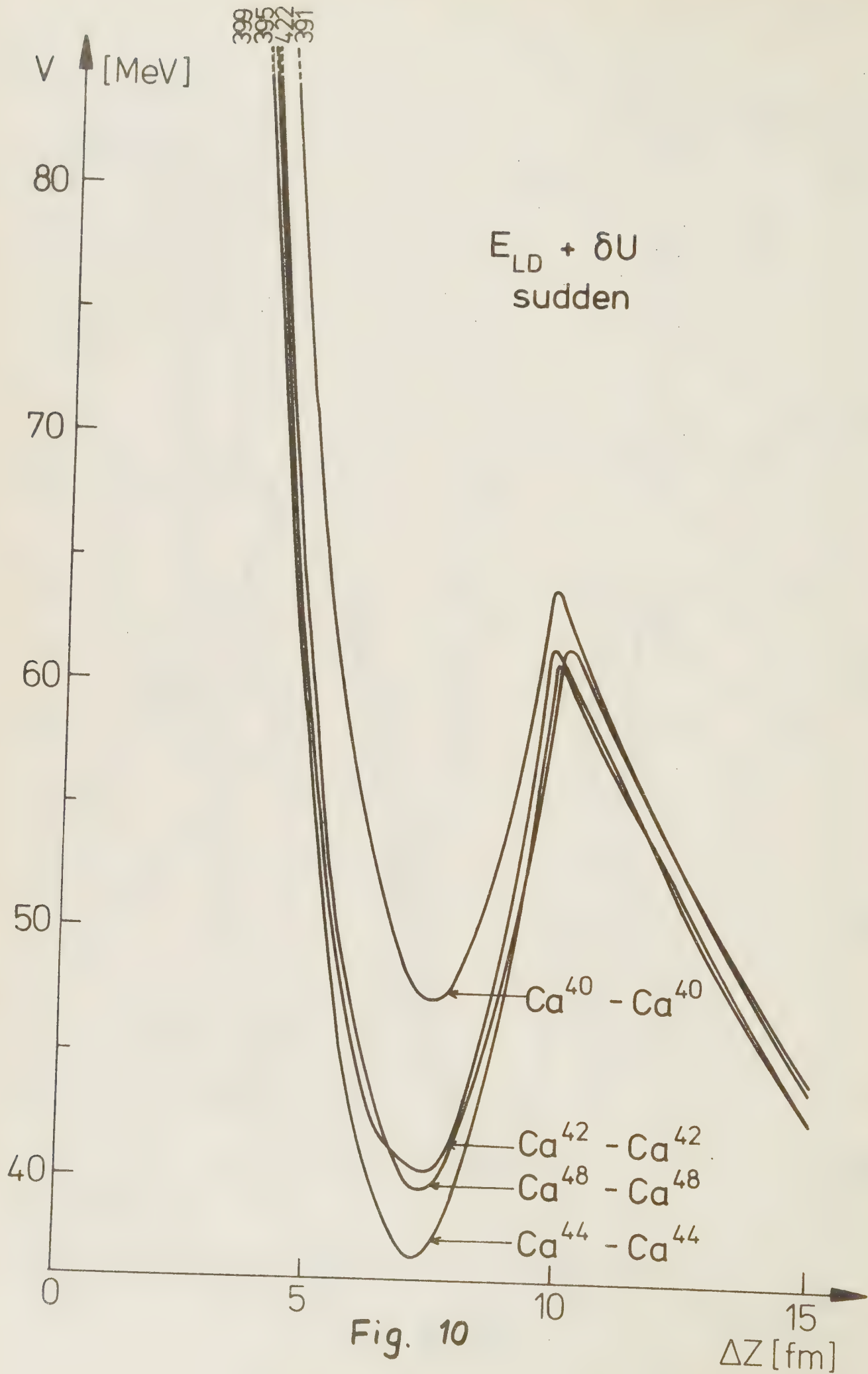


Fig. 9



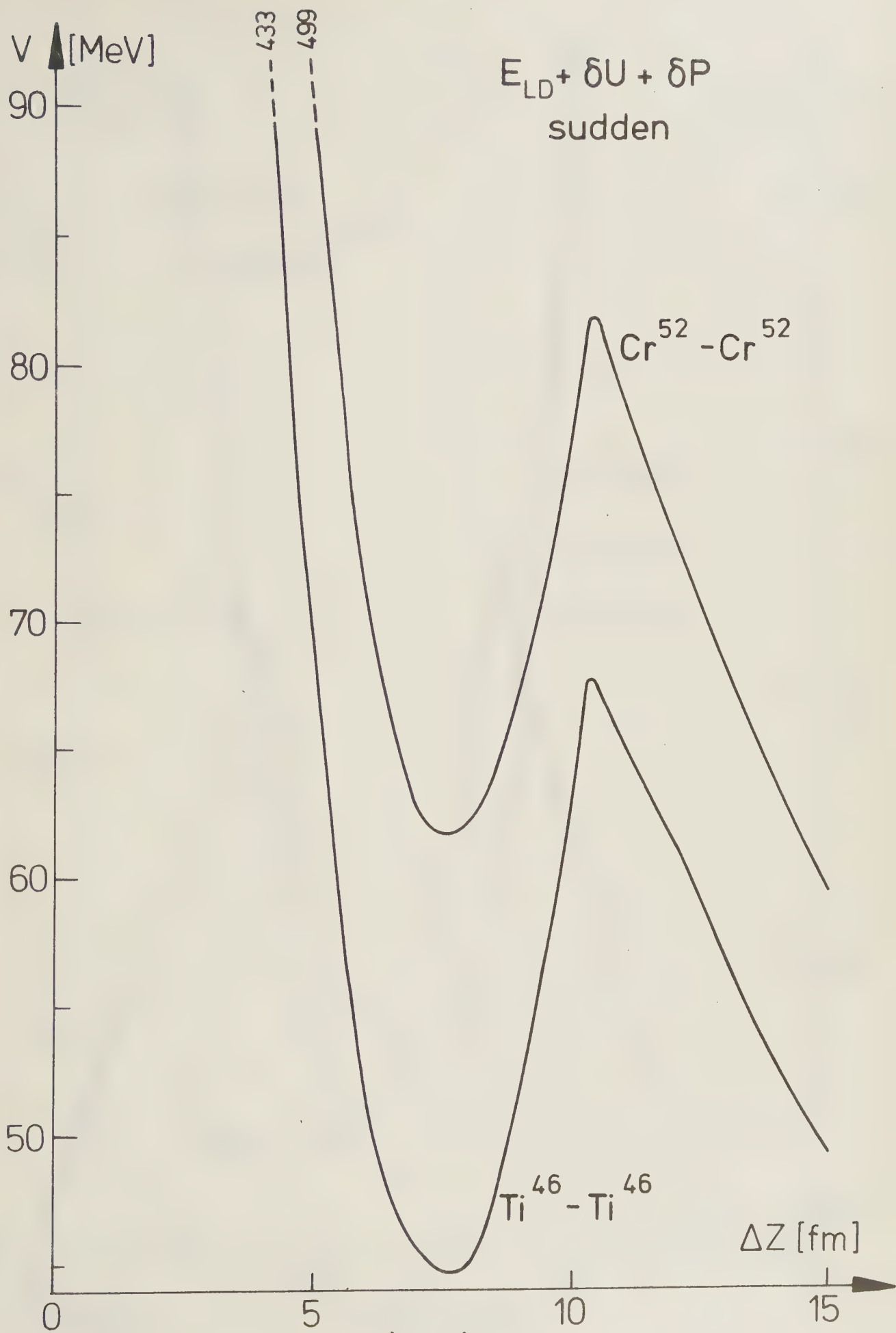


Fig. 11

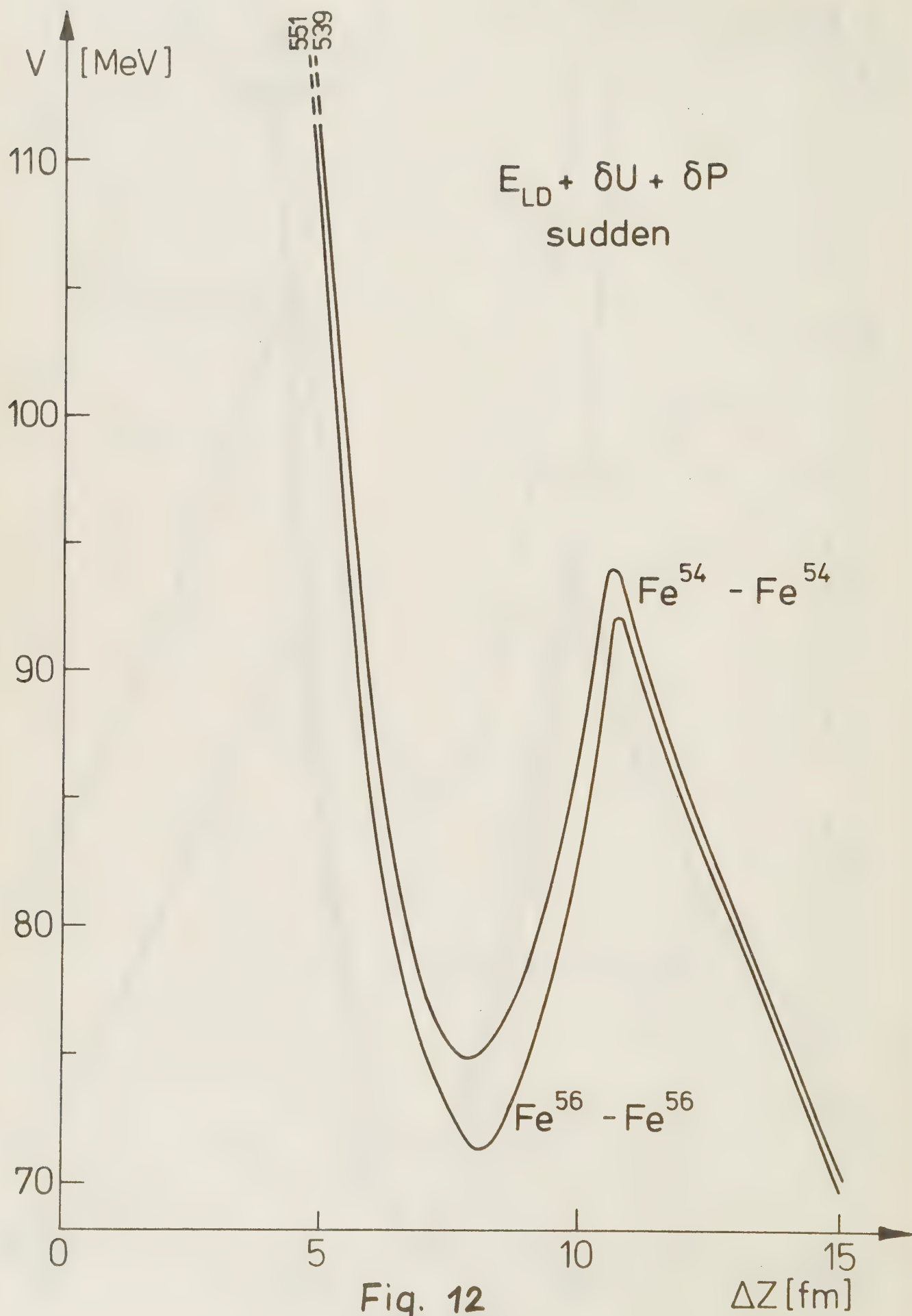


Fig. 12

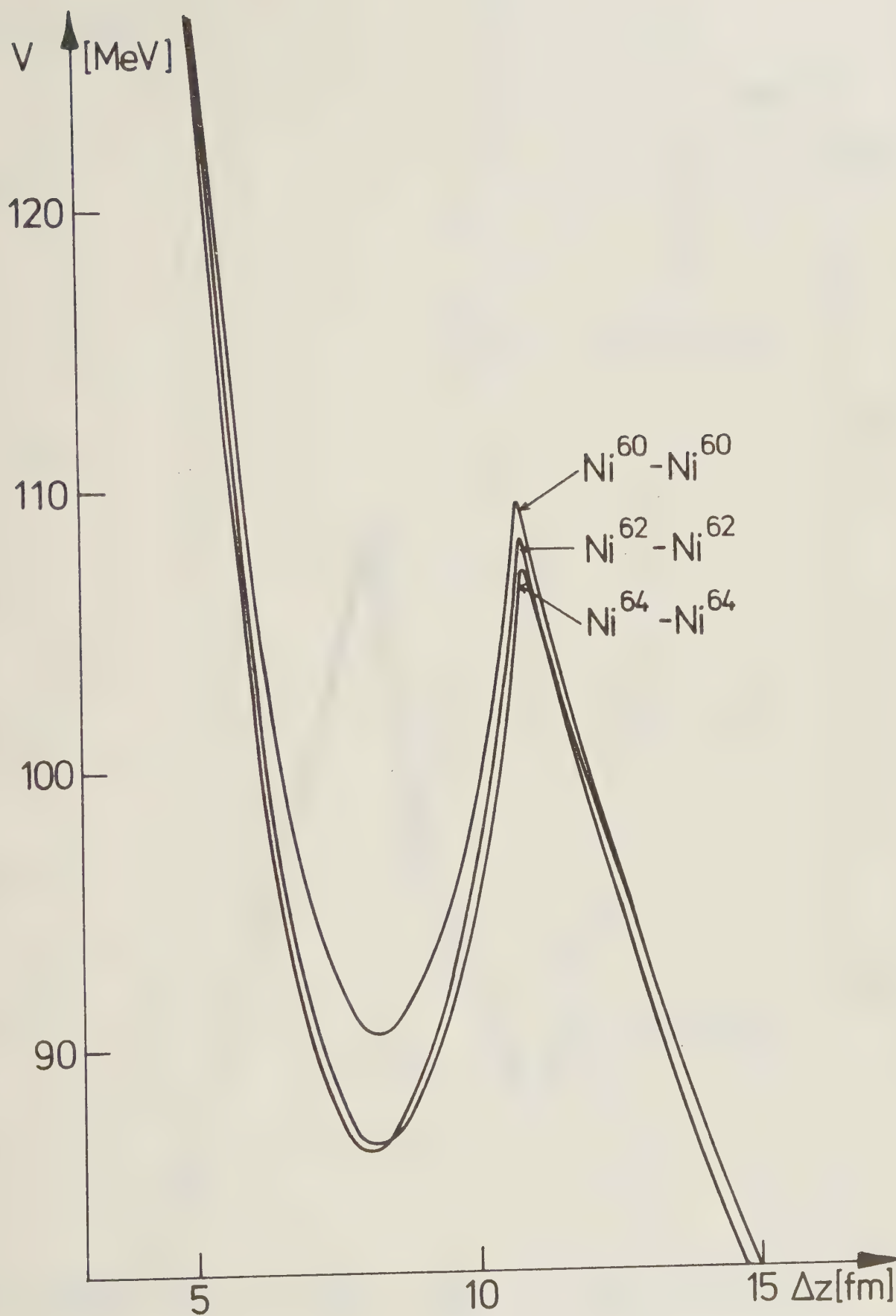


Fig. 13

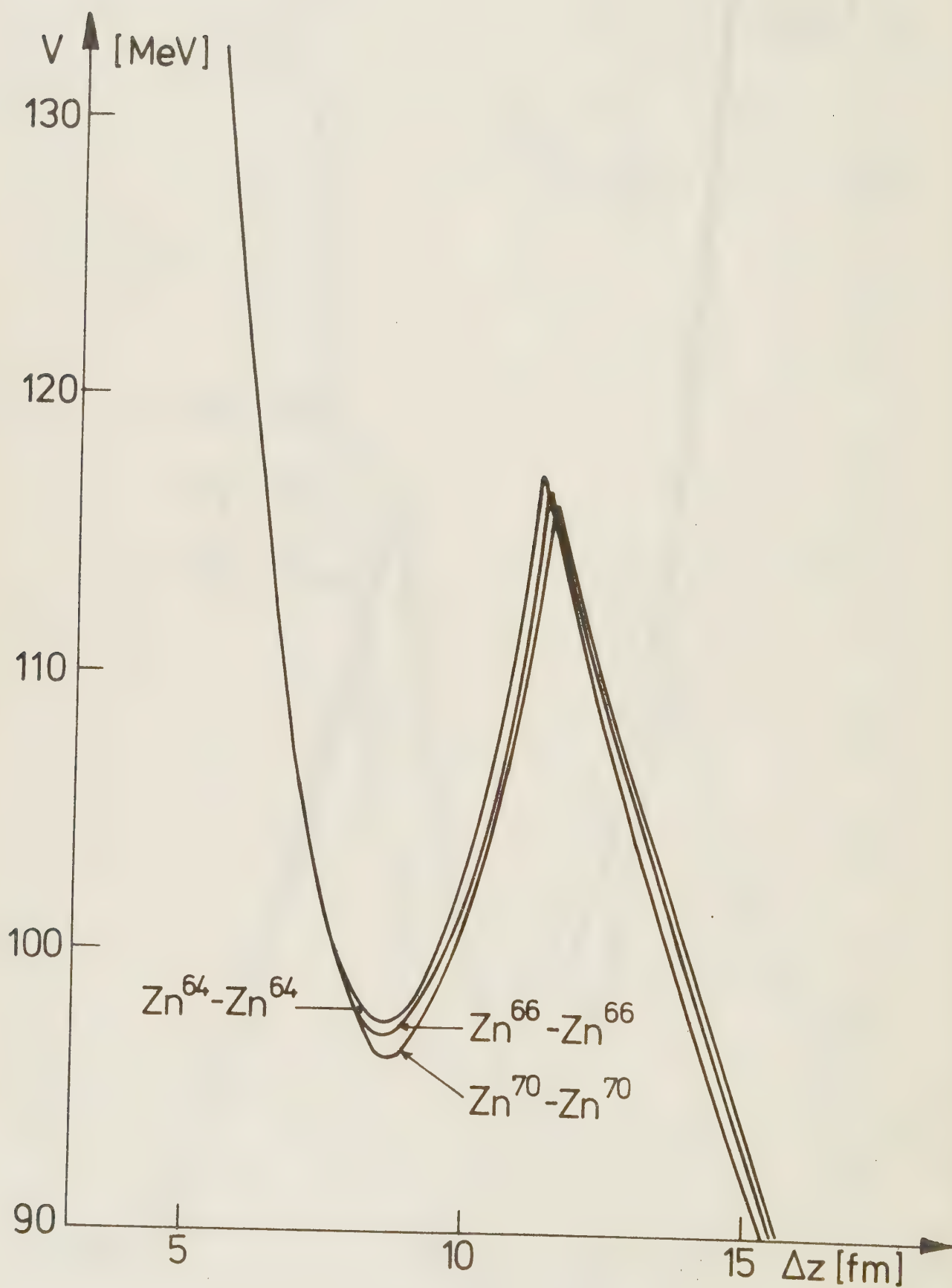


Fig. 14

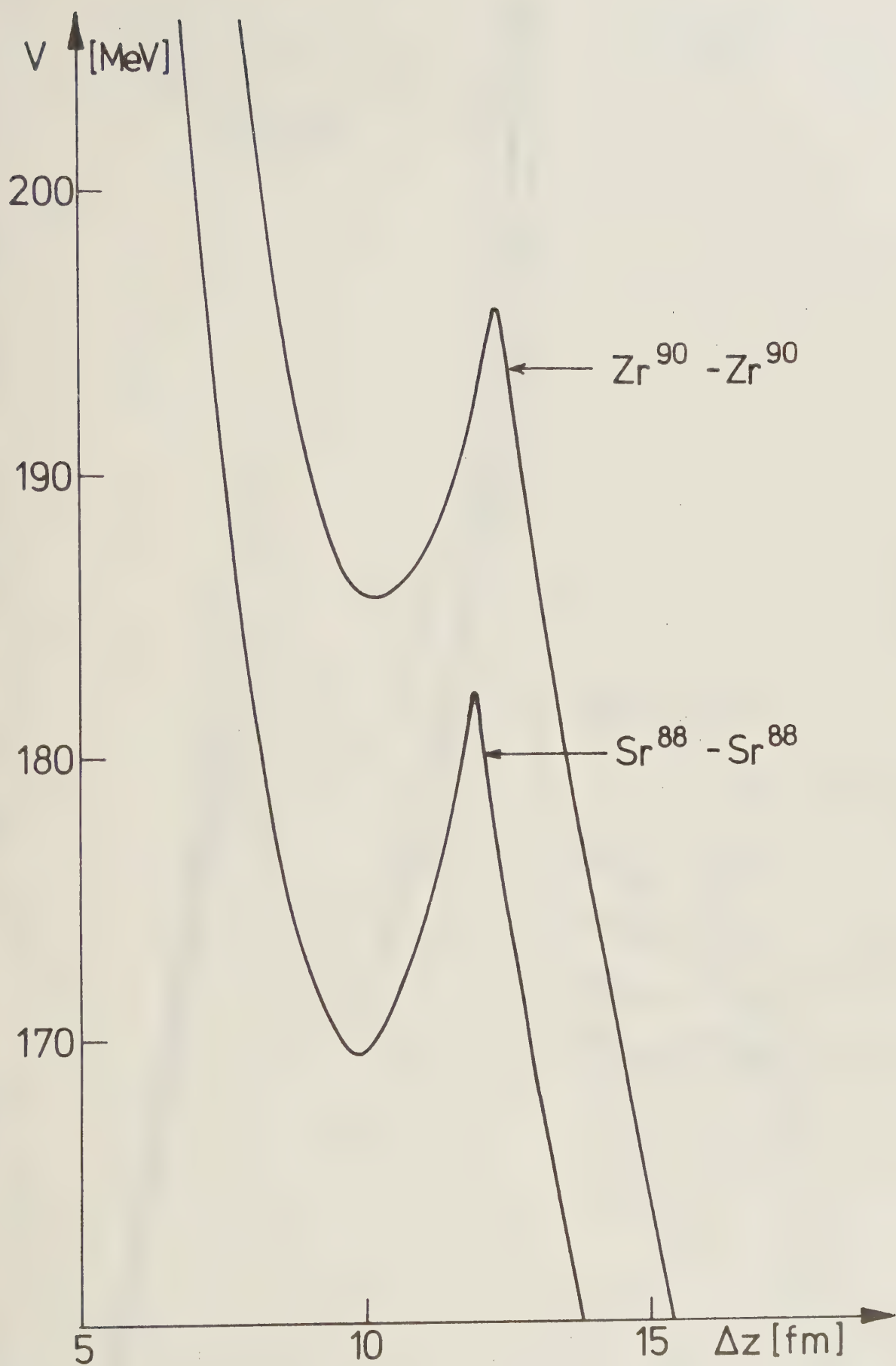


Fig. 15

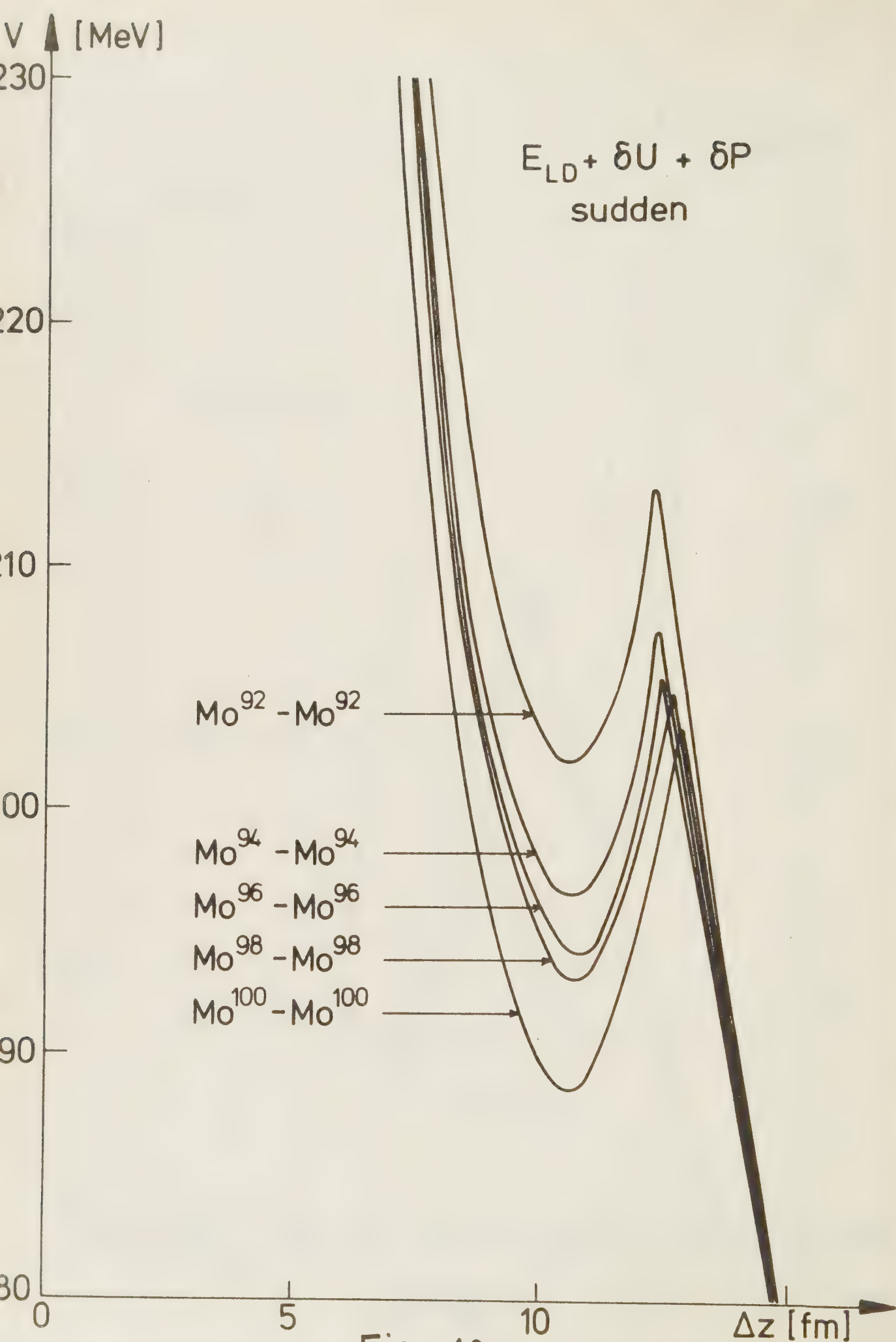


Fig. 16

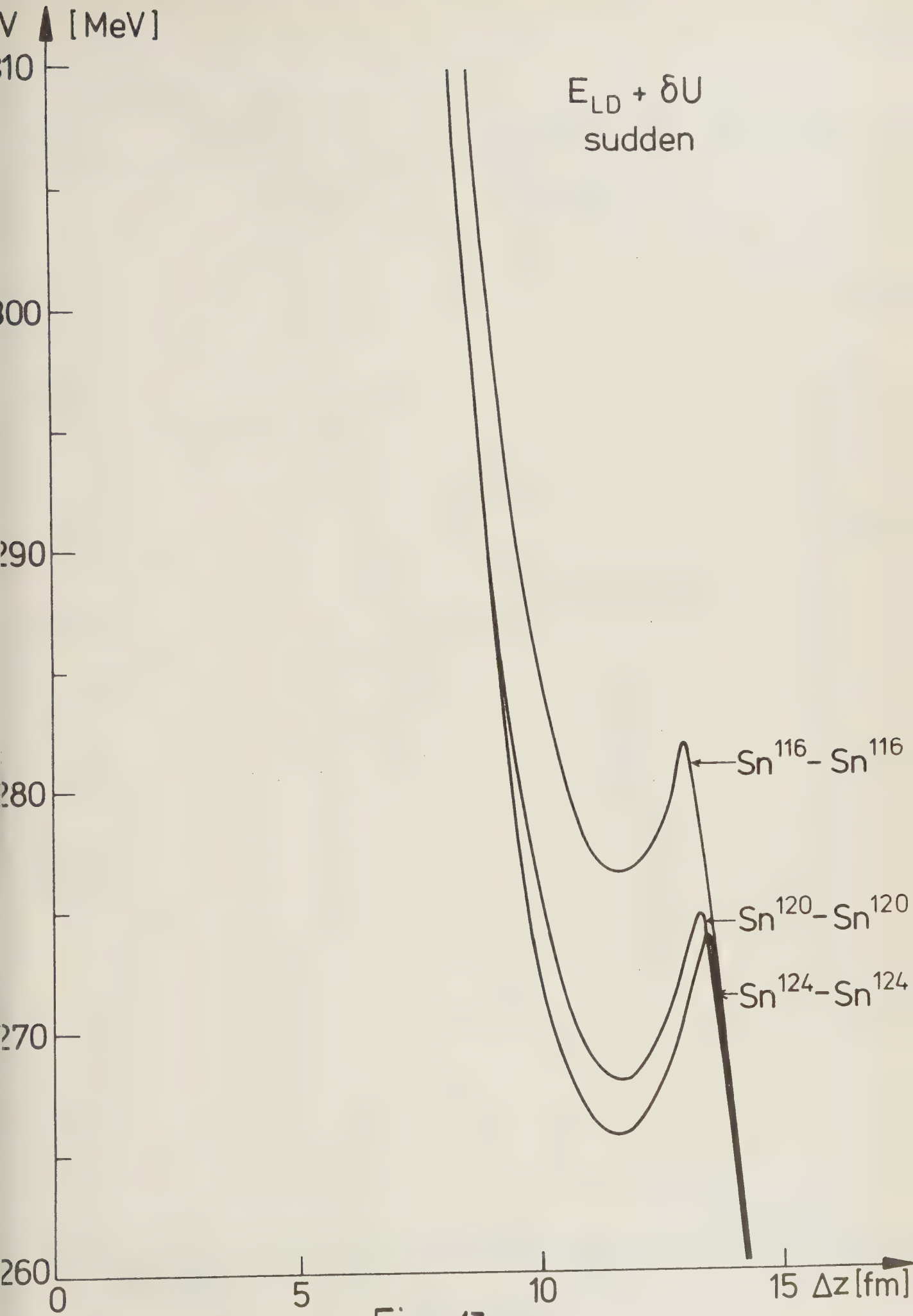


Fig. 17

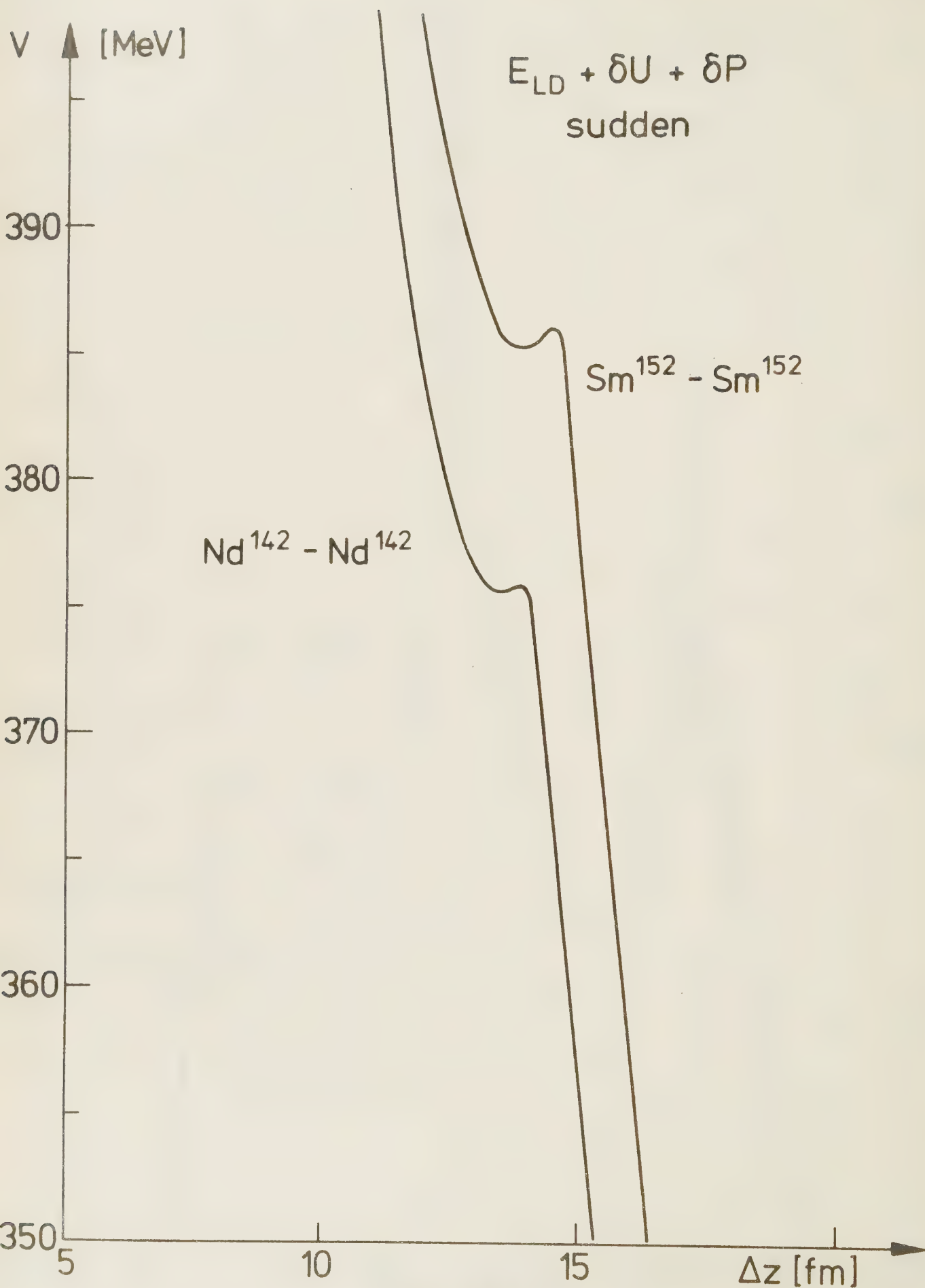


Fig. 18

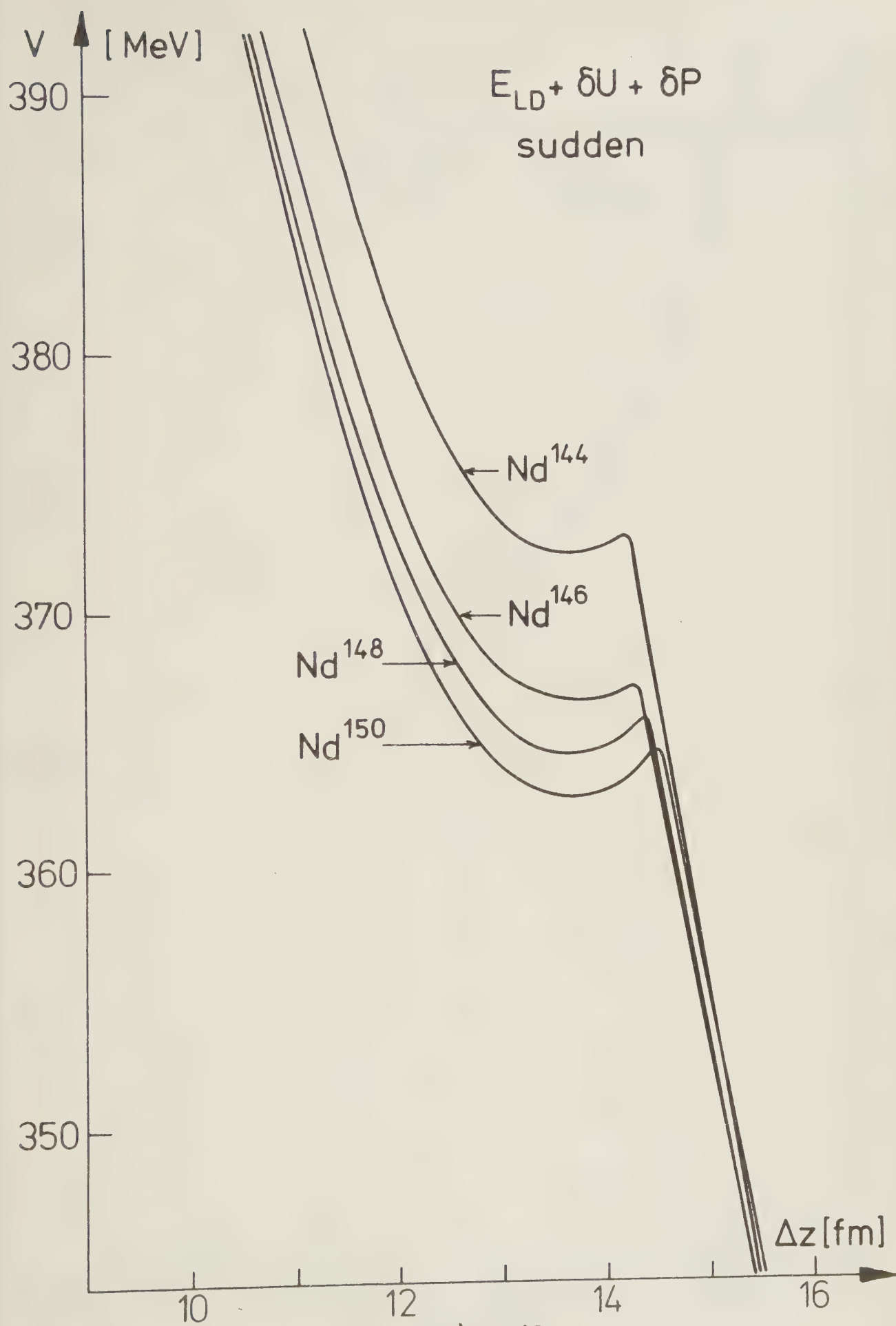


Fig. 19

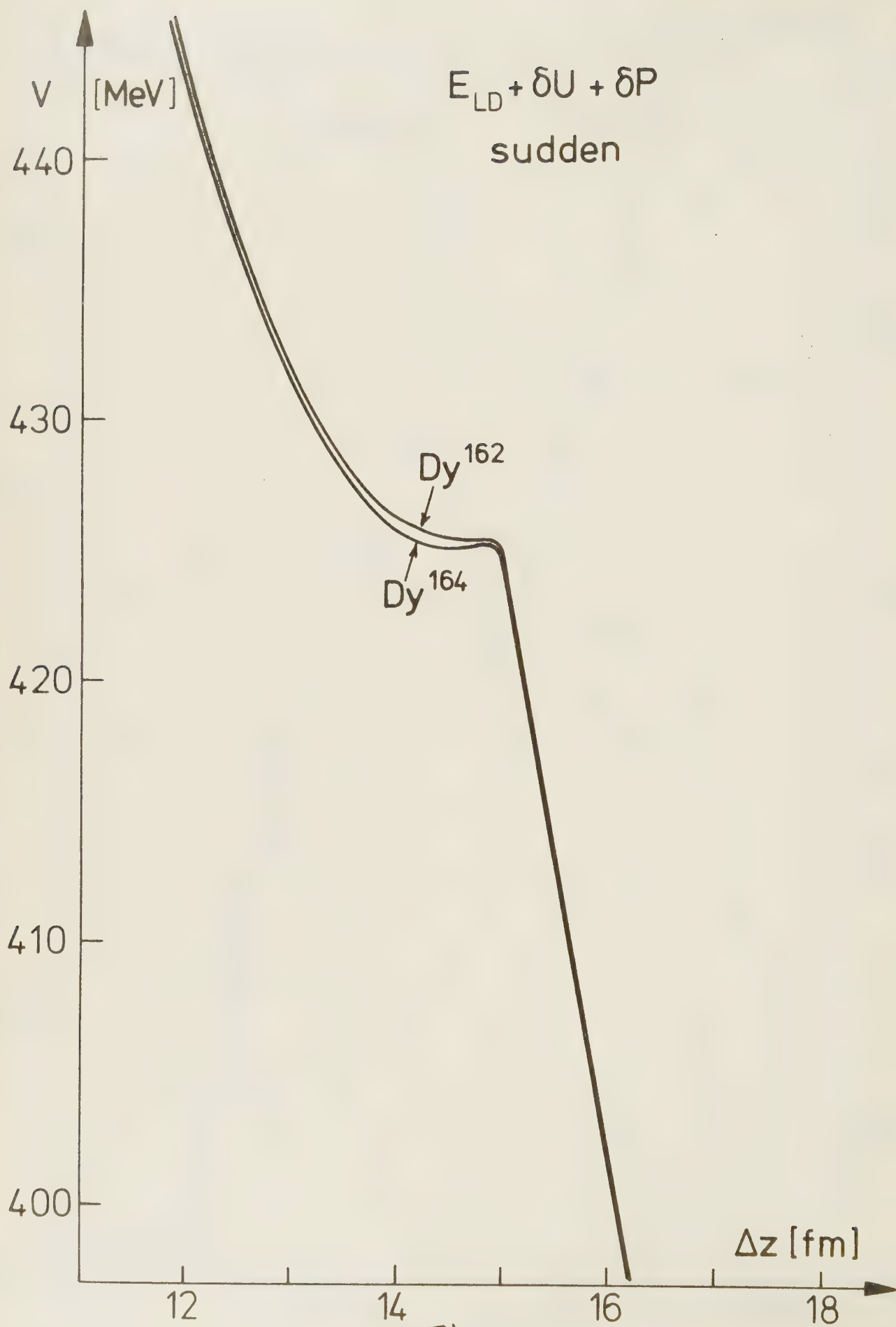


Fig. 20

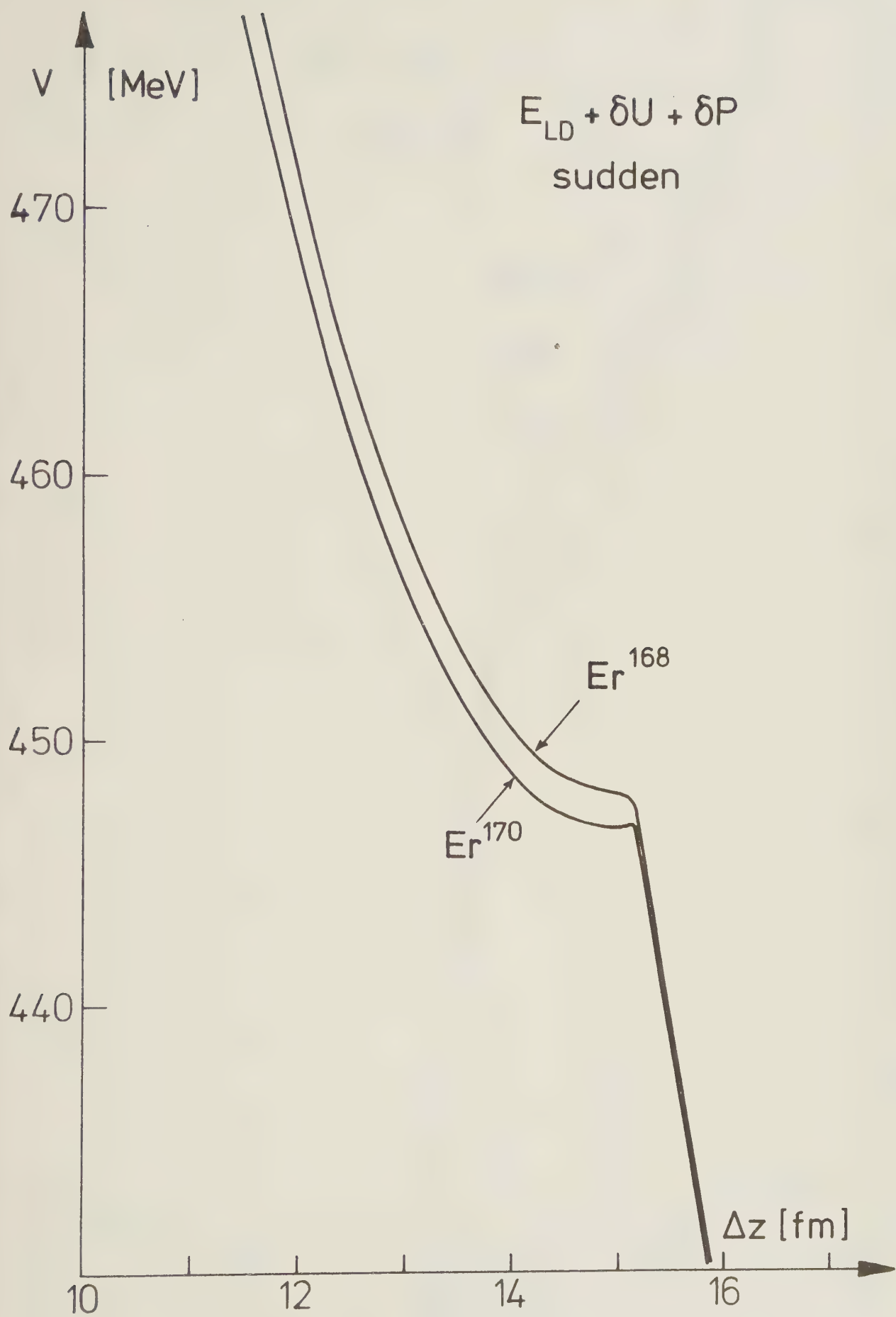


Fig. 21

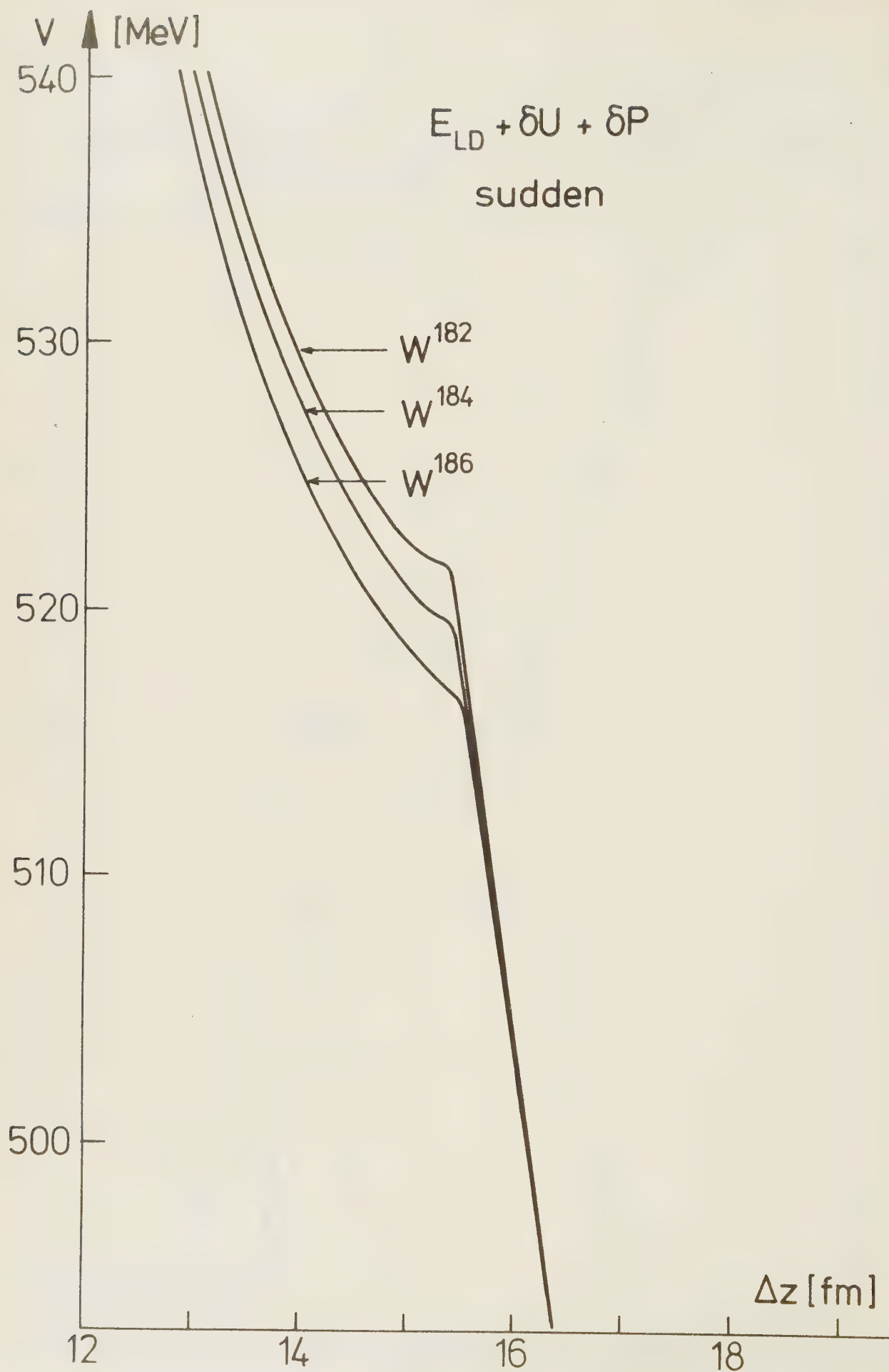


Fig. 22

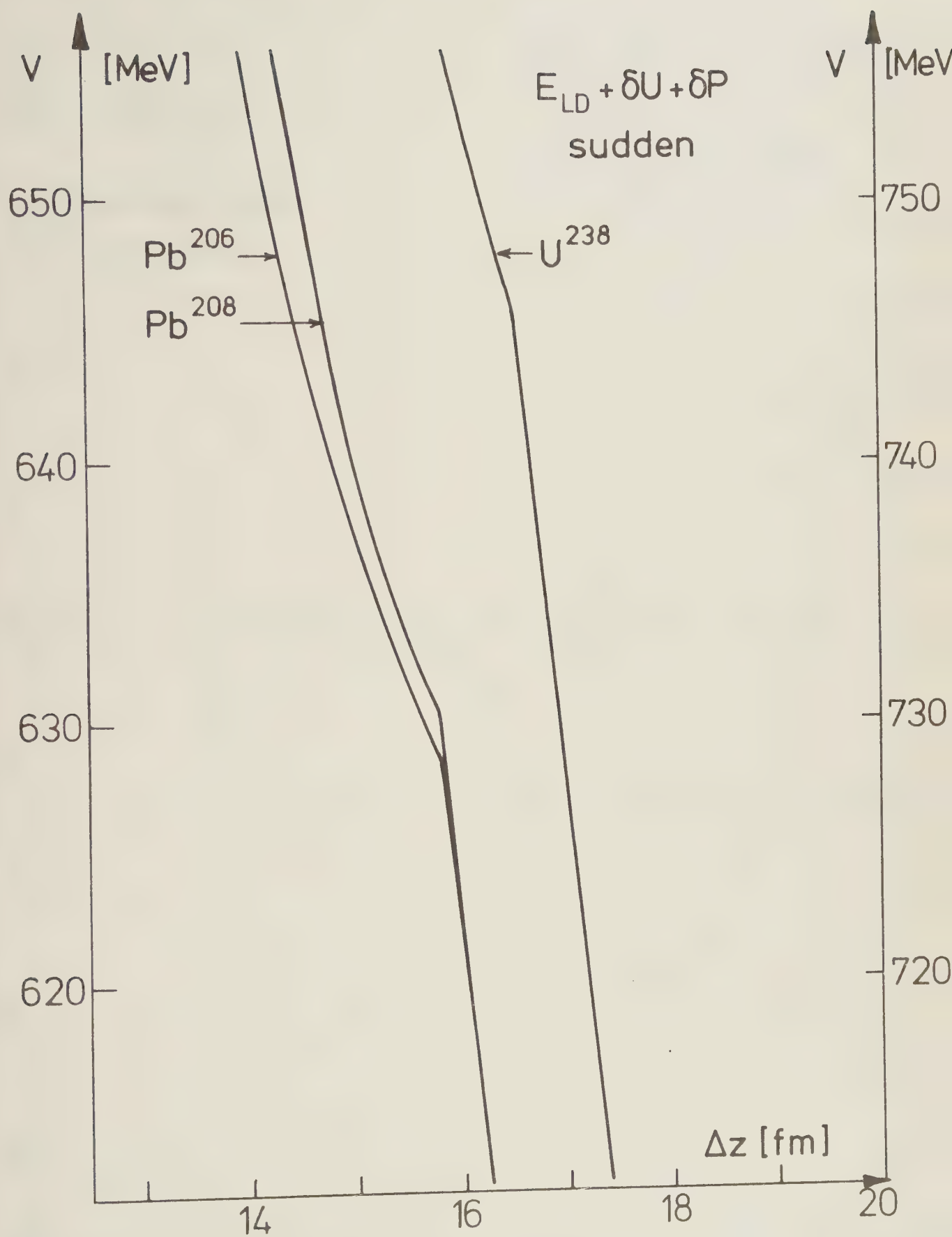


Fig. 23

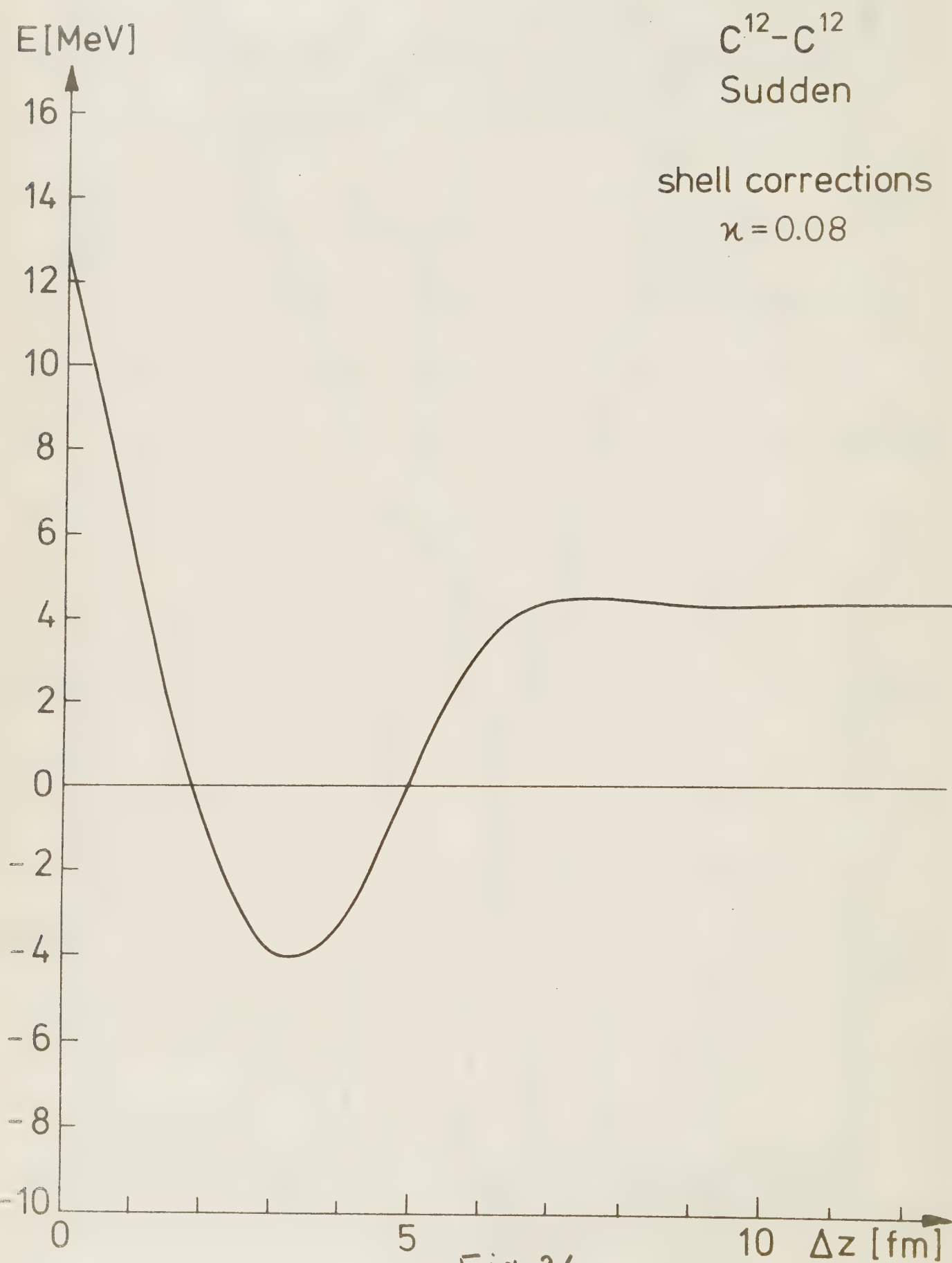
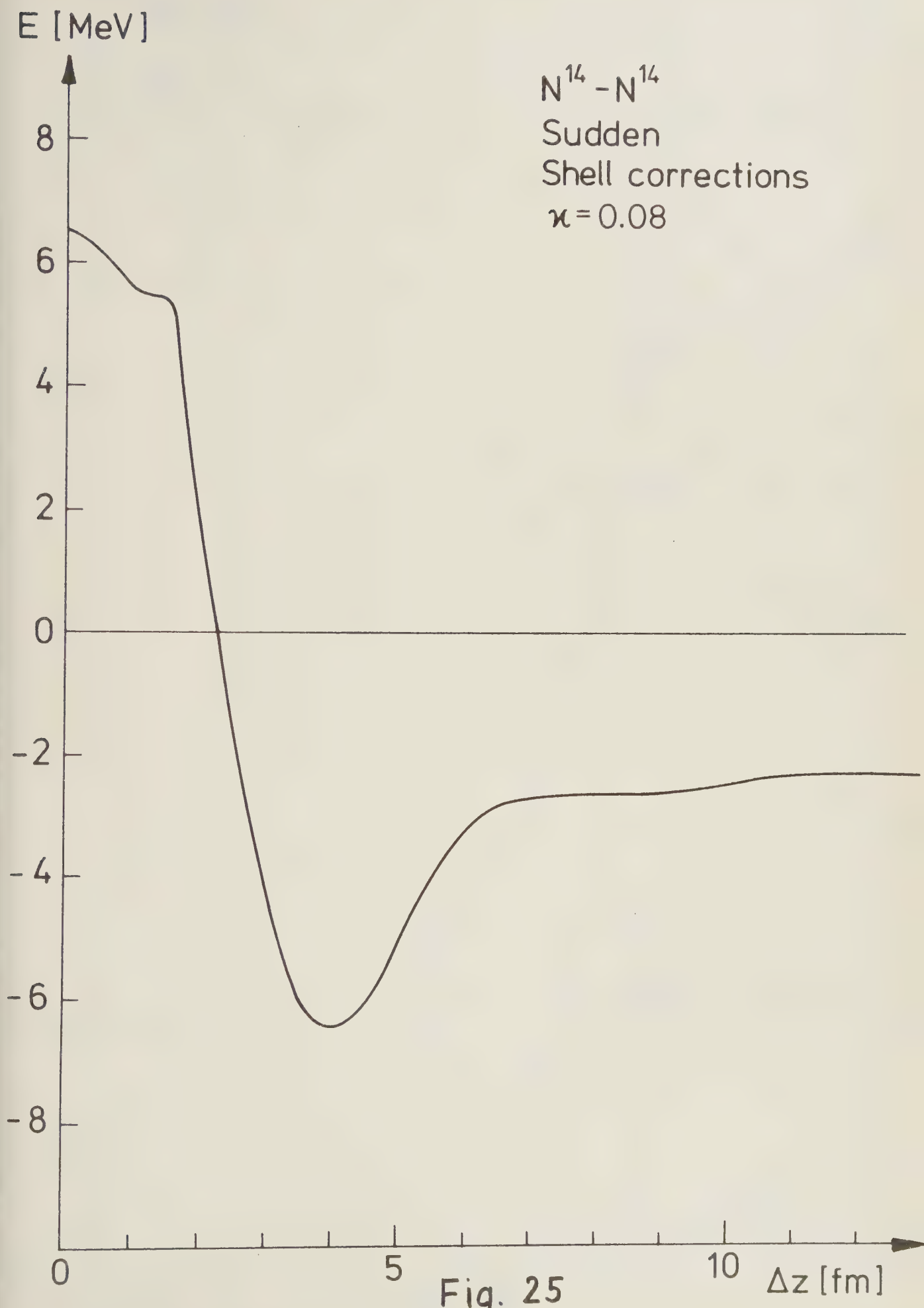


Fig. 24



$N^{14} - N^{14}$
Sudden
Shell corrections
 $\kappa = 0.08$

Fig. 25

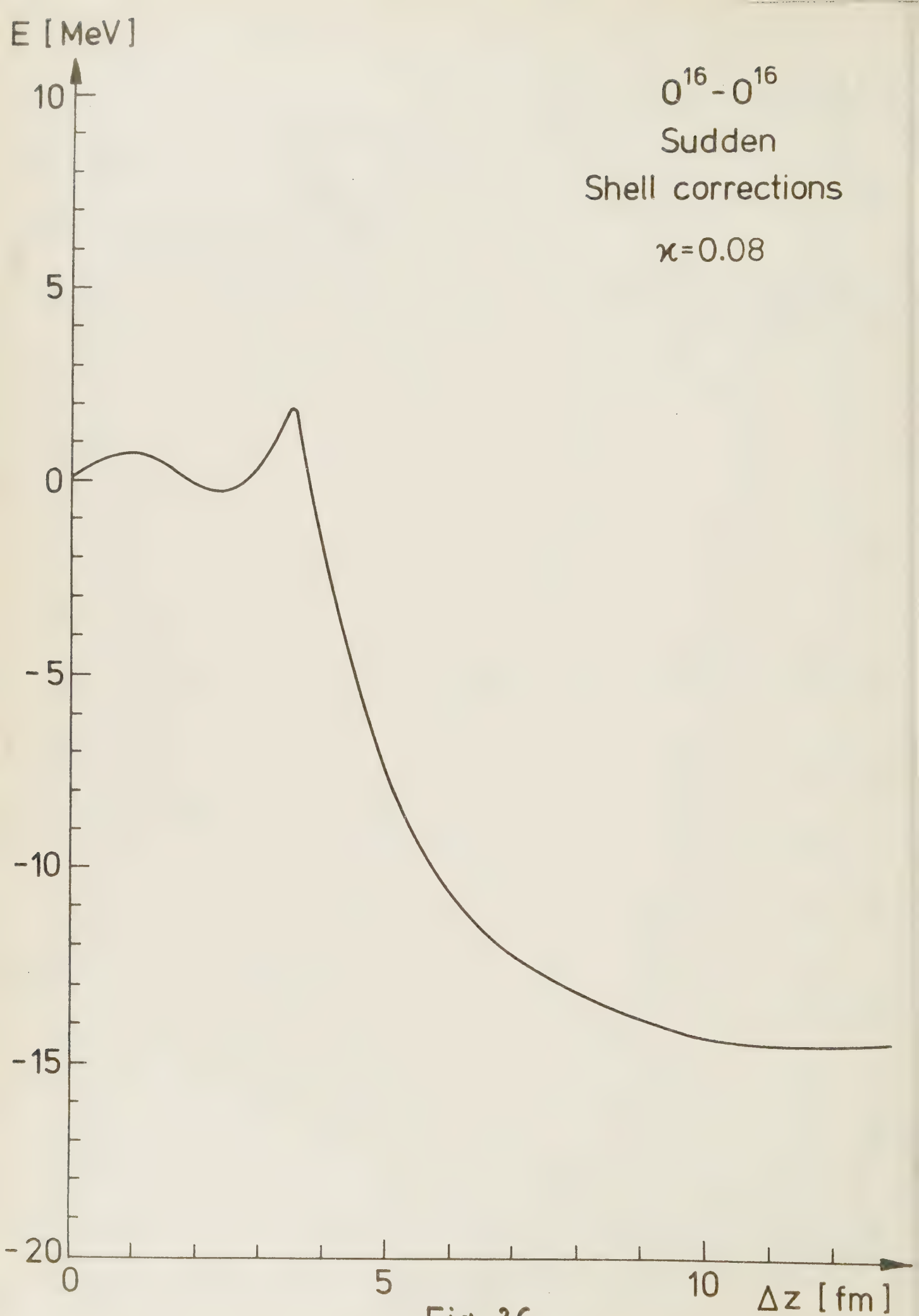


Fig. 26

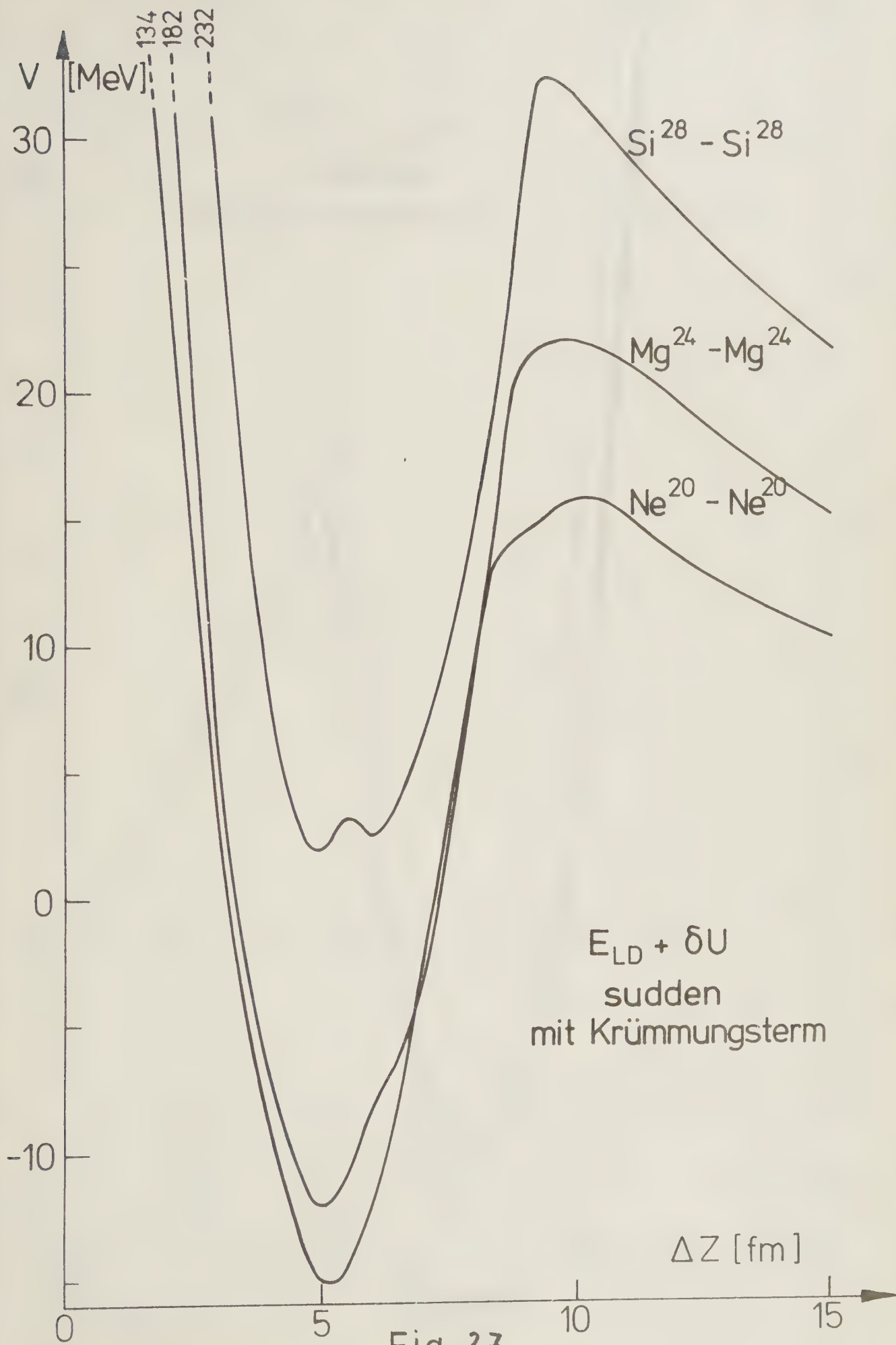


Fig. 27

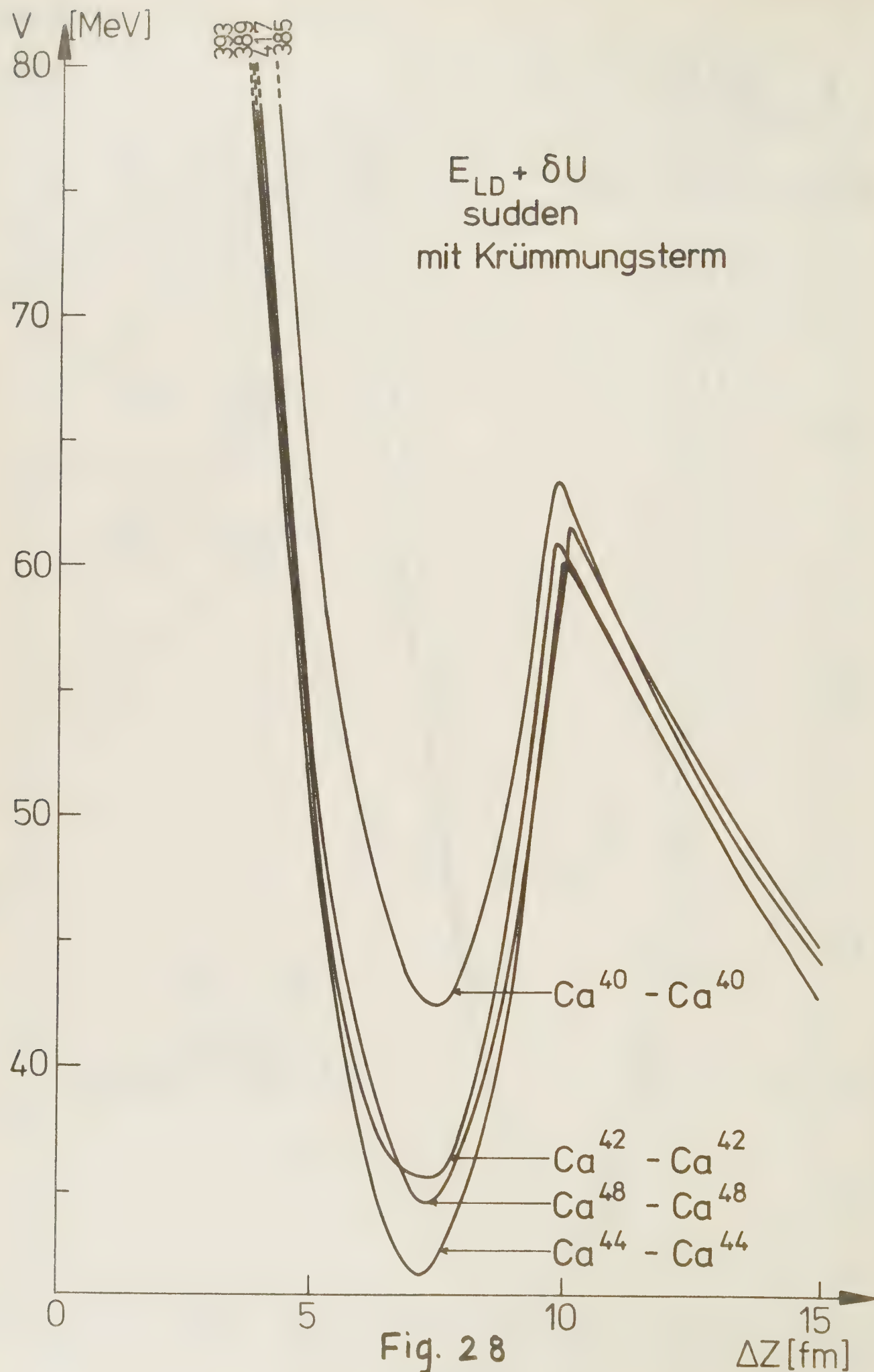


Fig. 2 8

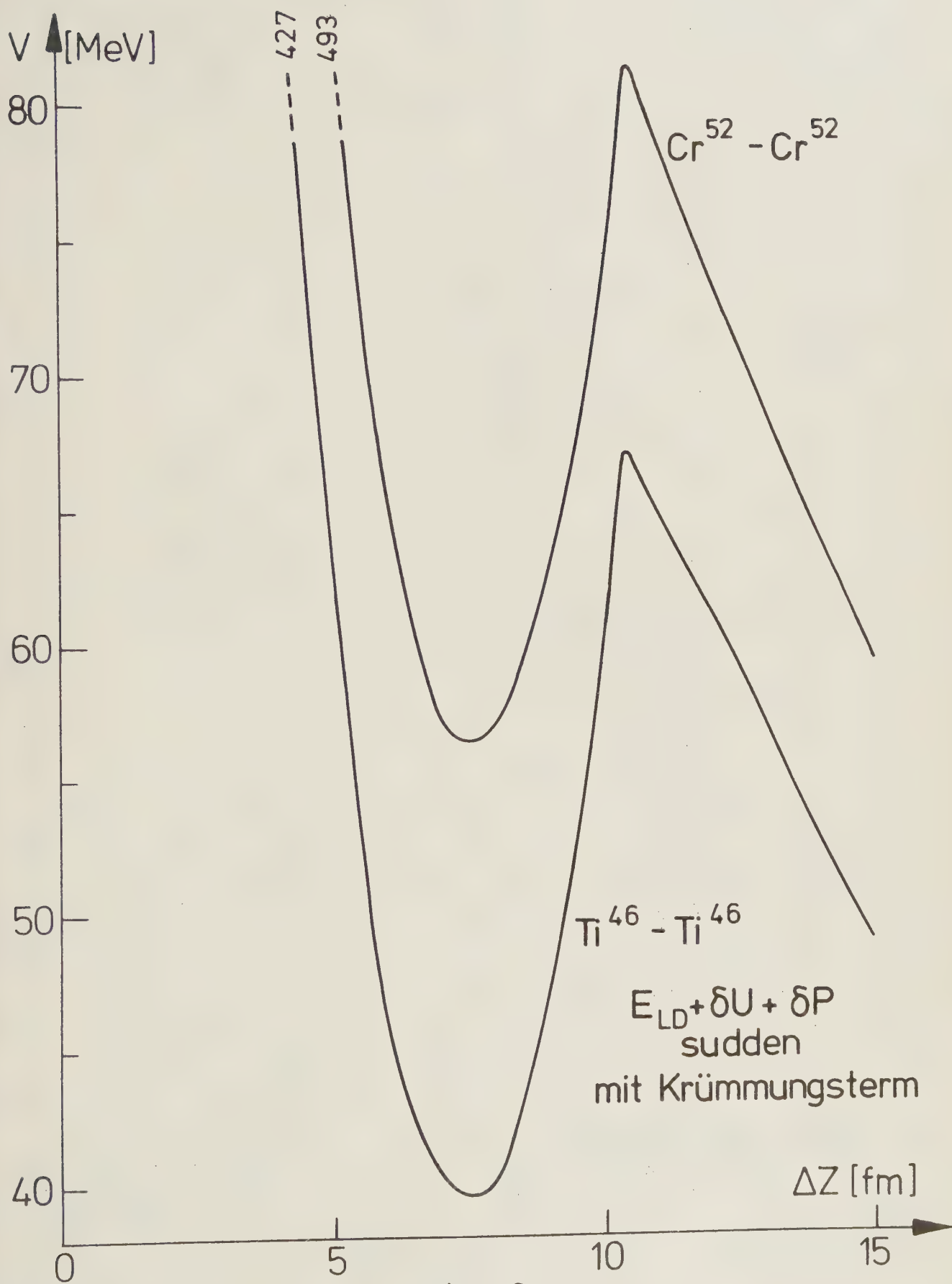


Fig. 29

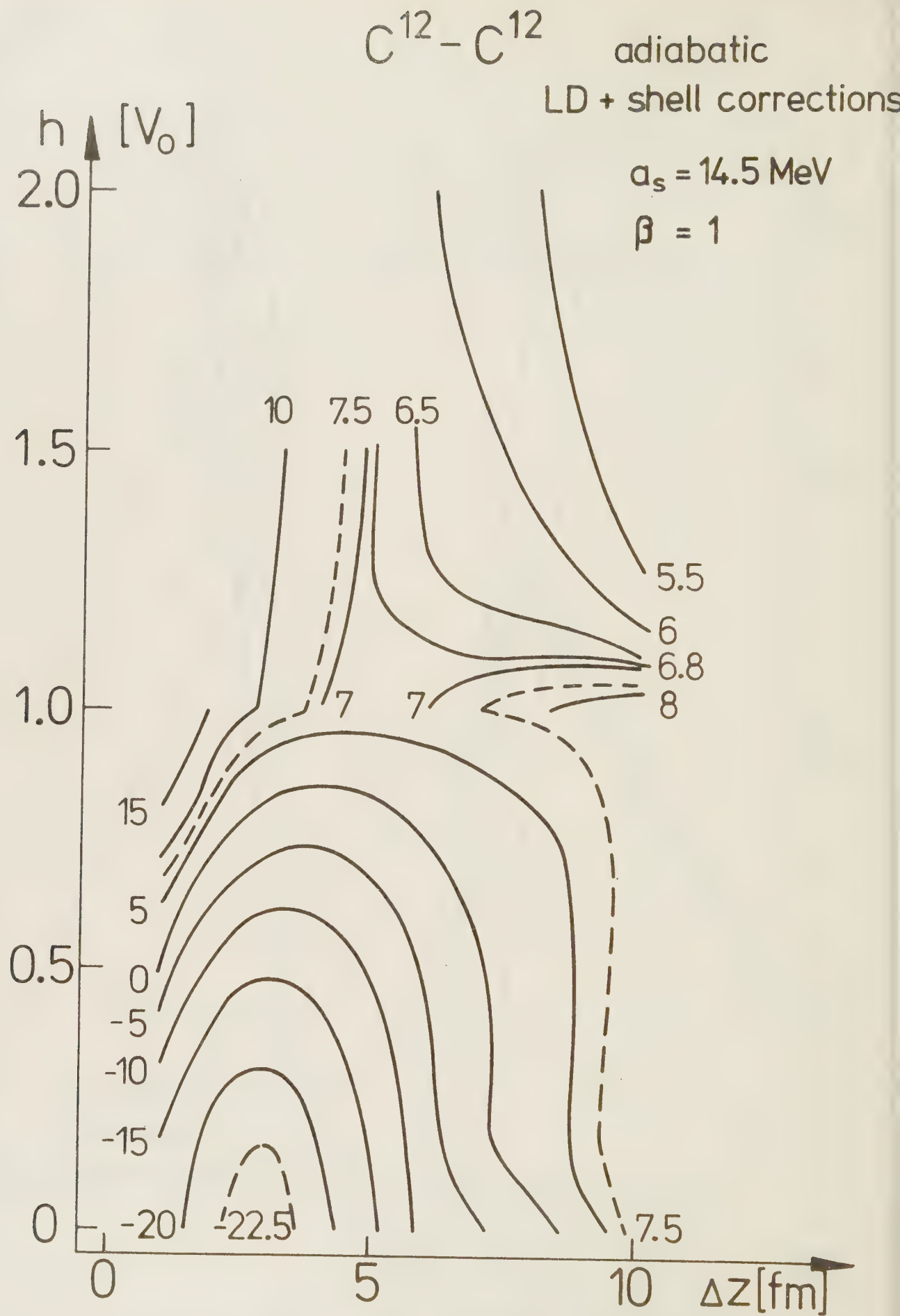


Fig. 30

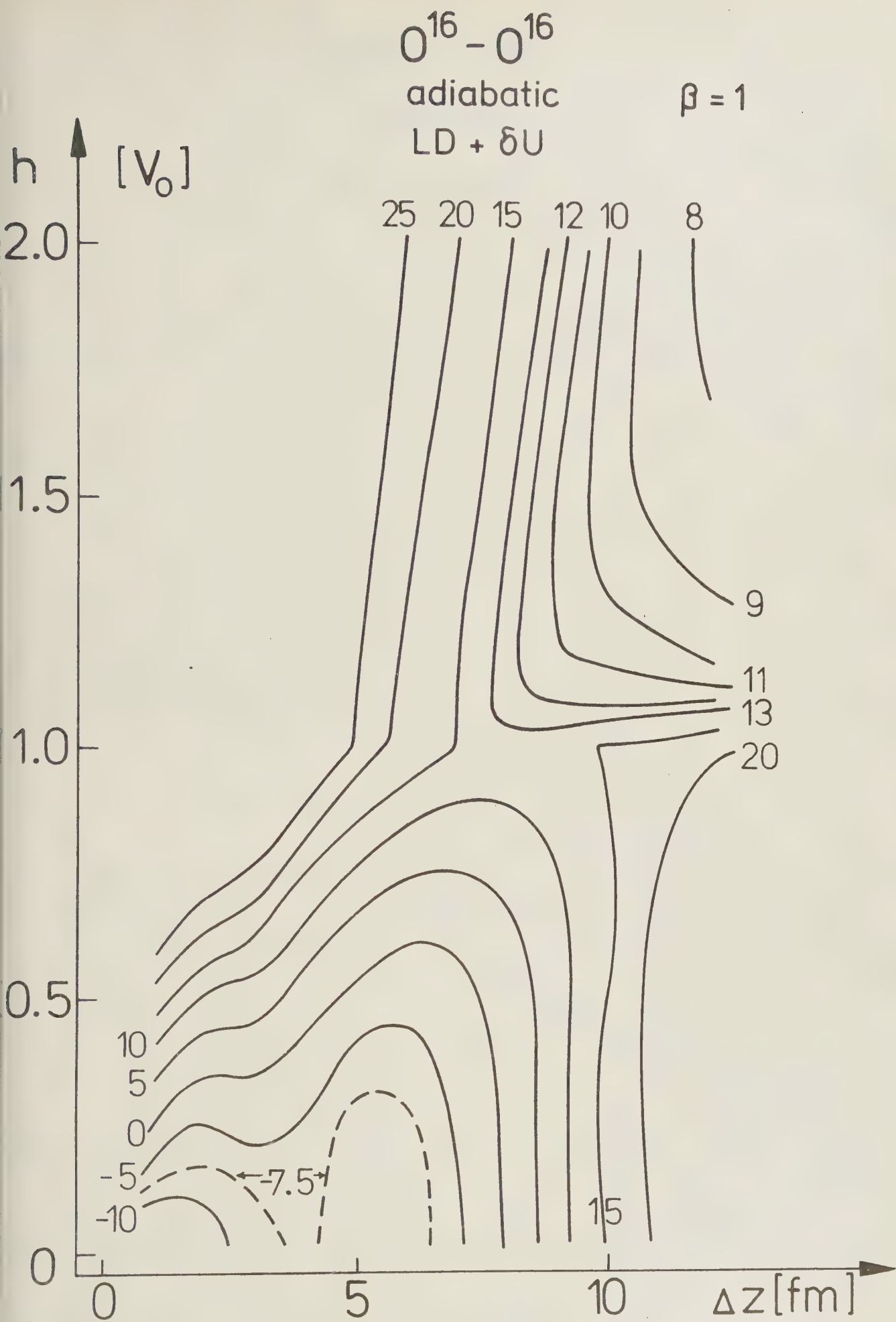


Fig. 31

$\text{Mg}^{24} - \text{Mg}^{24}$

adiabatic

$E_{\text{LD}} + \delta U + \delta P$



Fig. 32

ΔZ [fm]

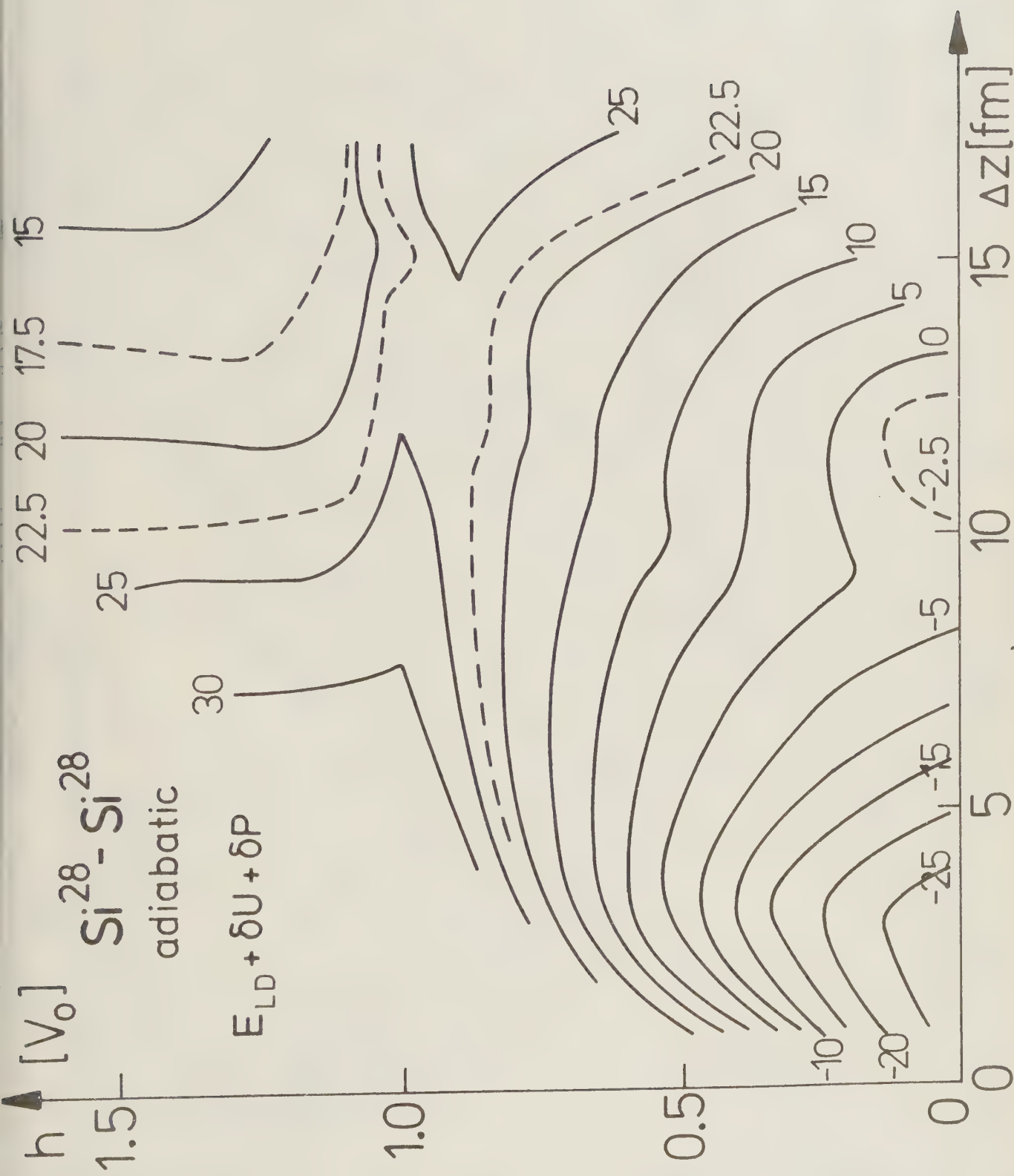


Fig. 33

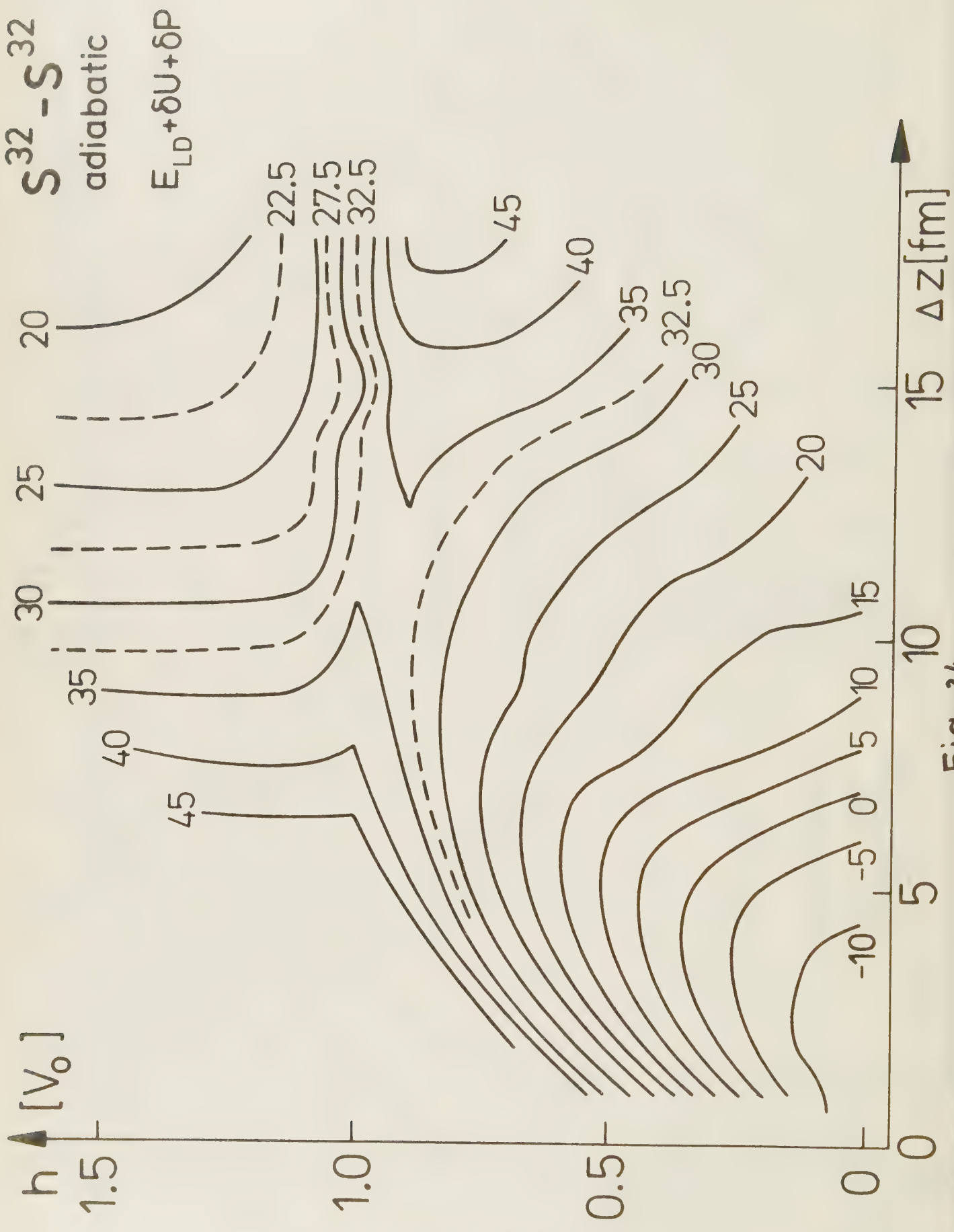


Fig. 34

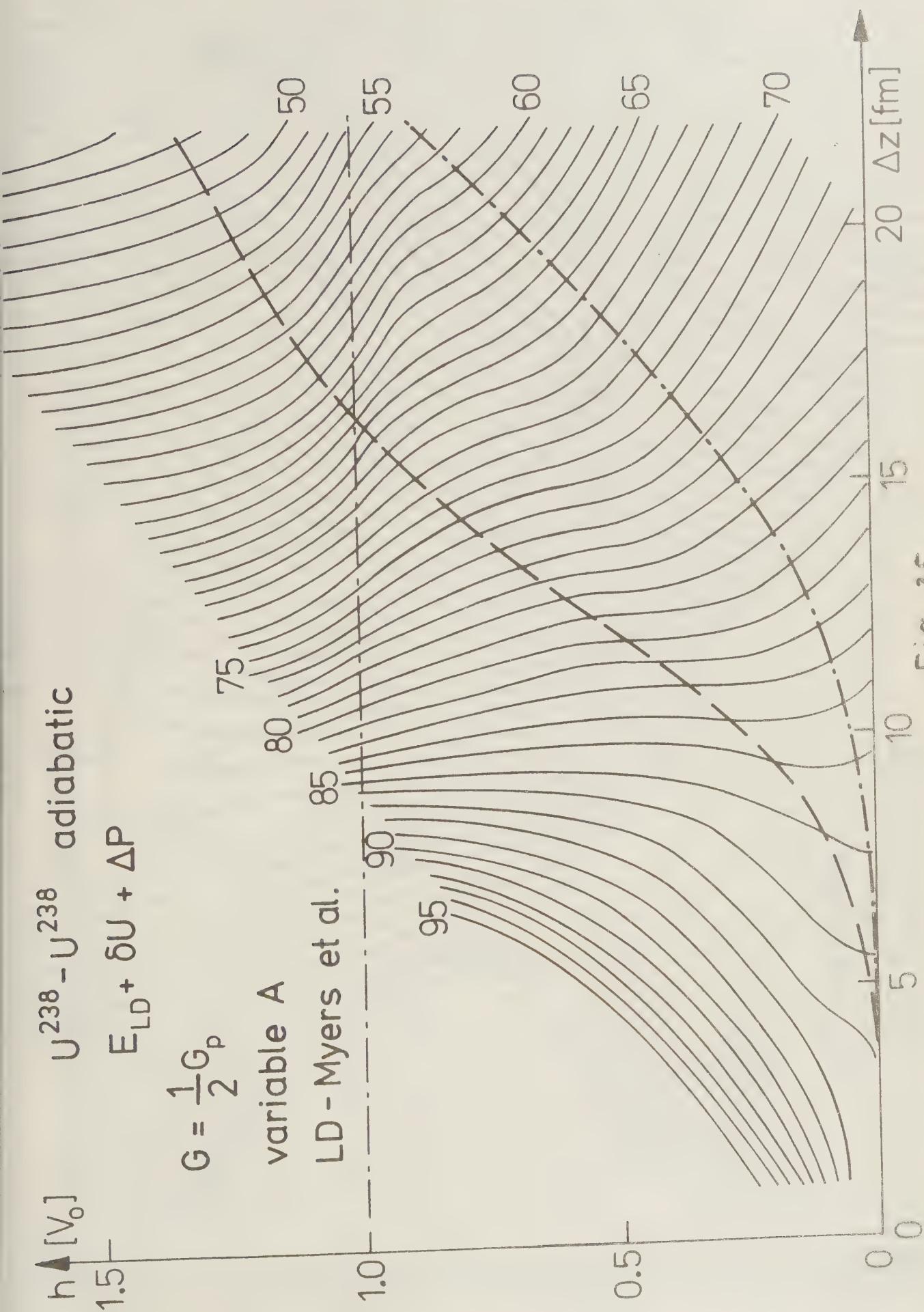


Fig. 35

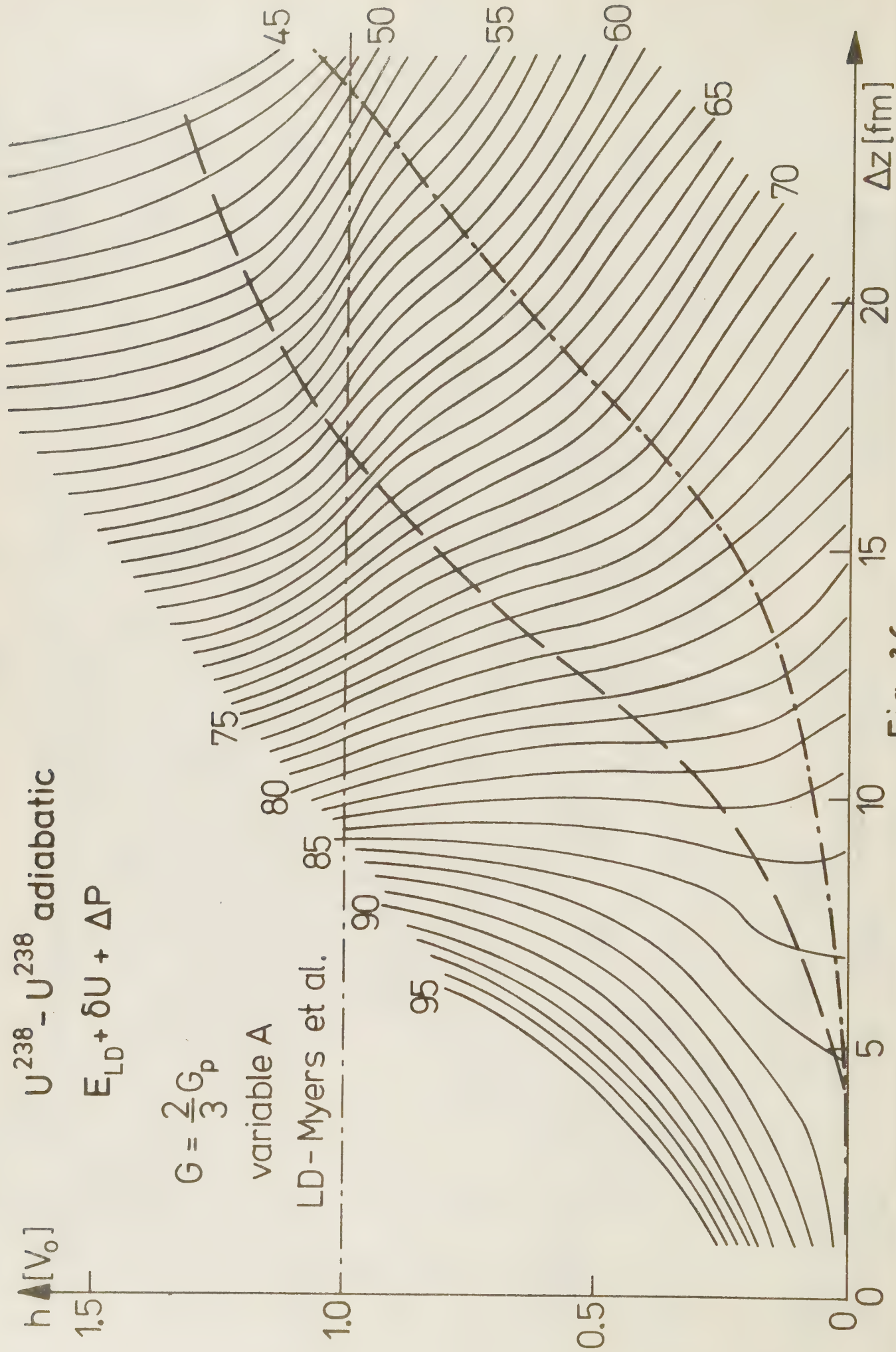


Fig. 36

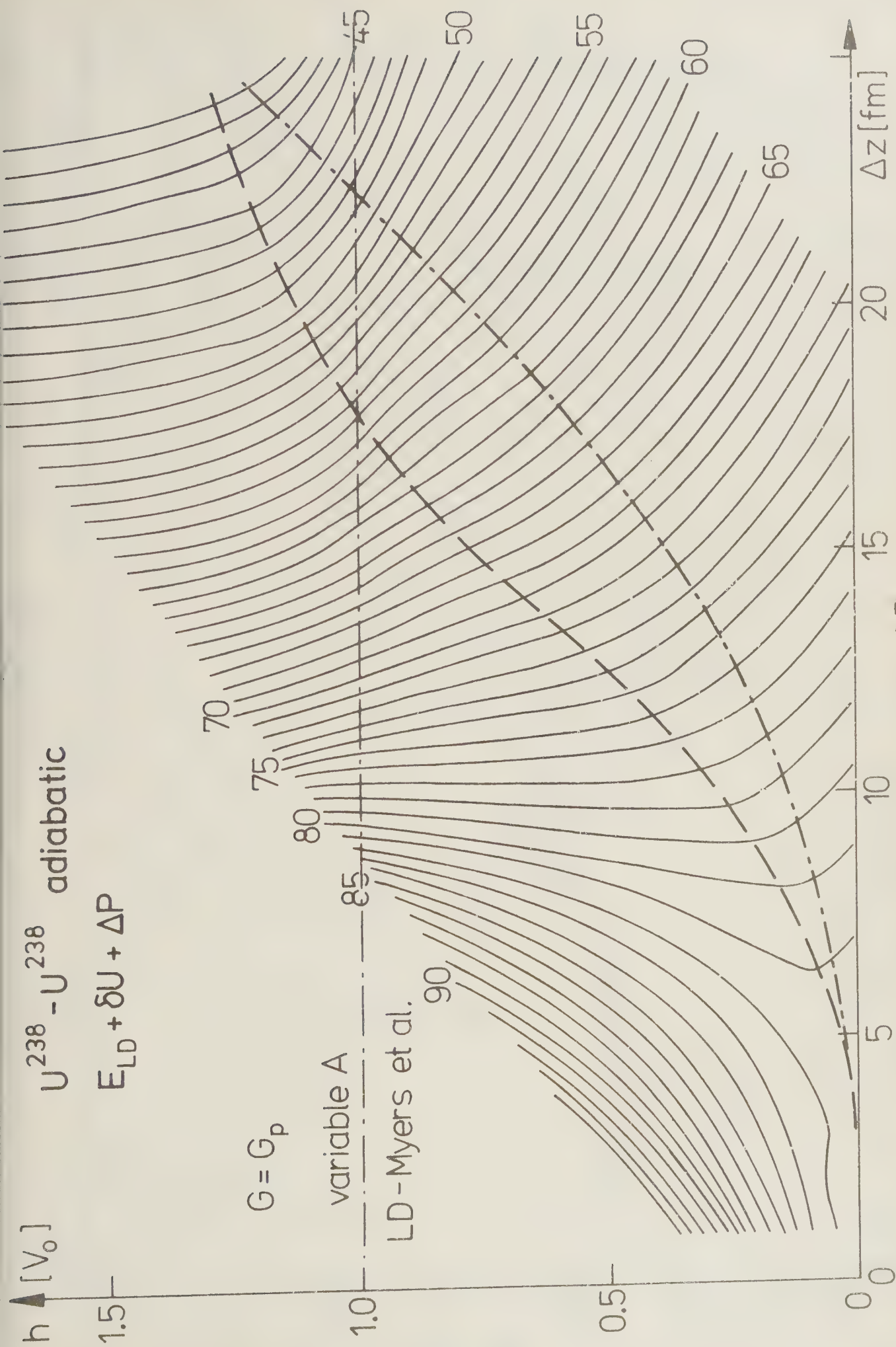


Fig. 37

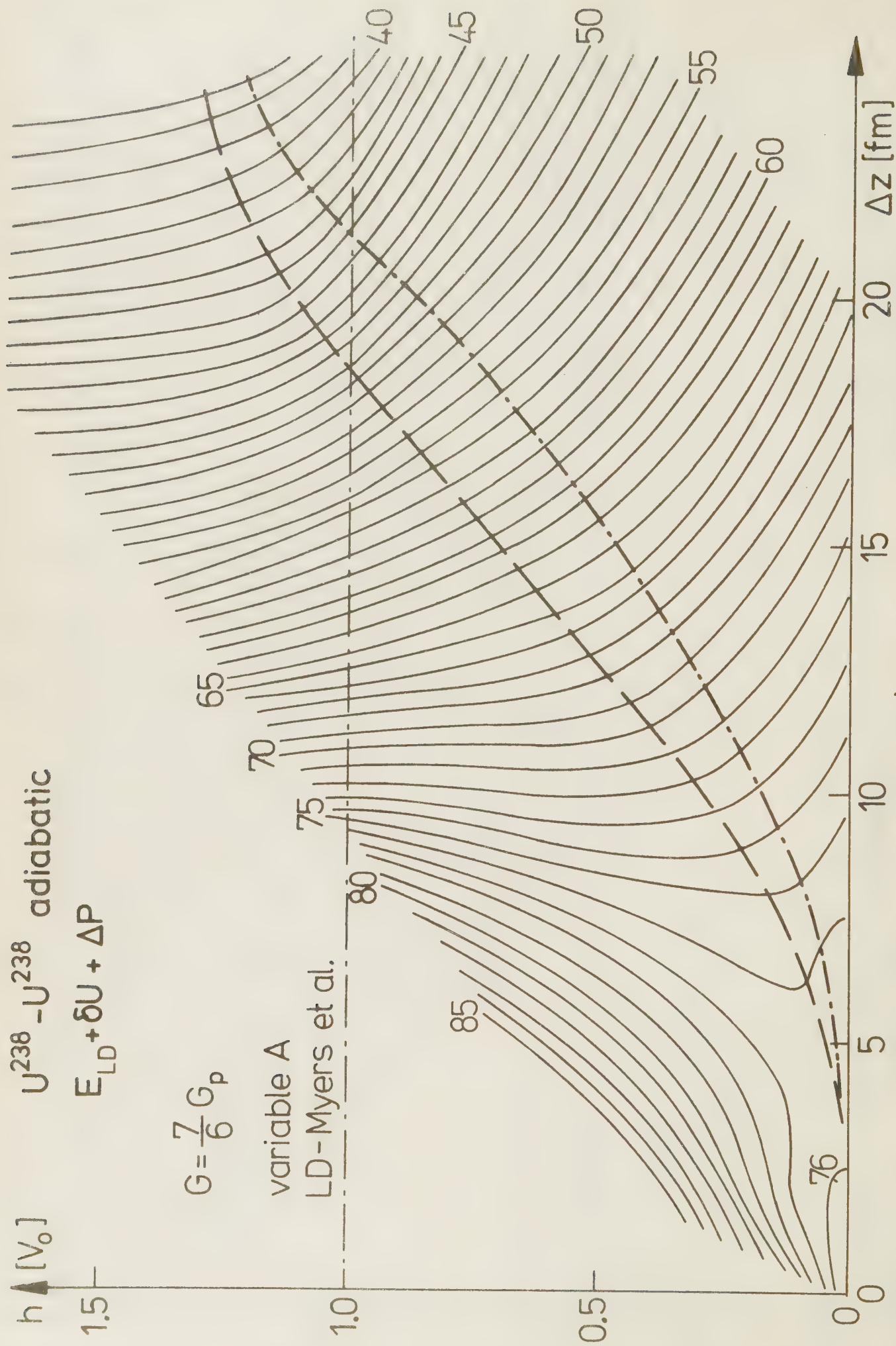


Fig. 38

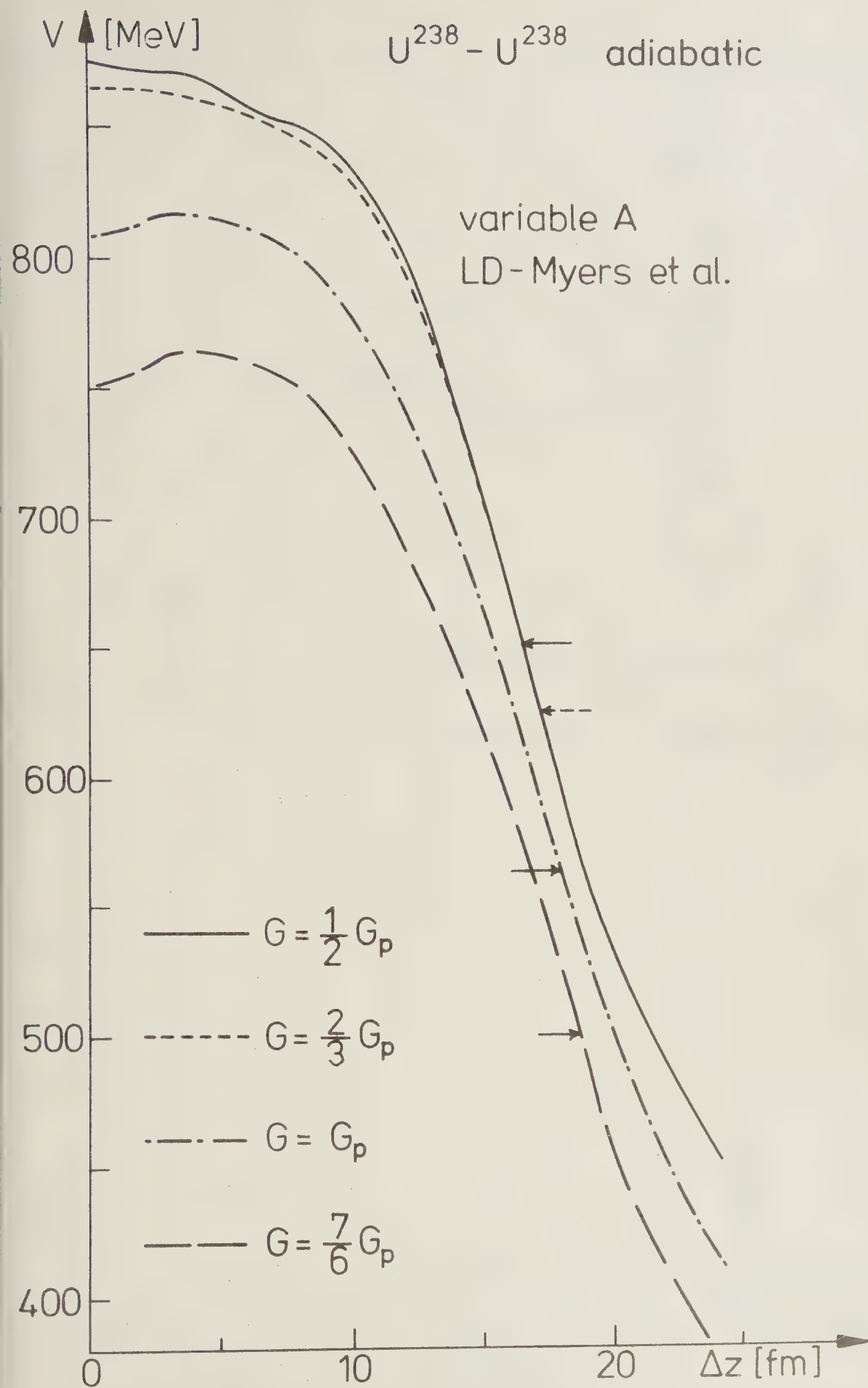


Fig. 39

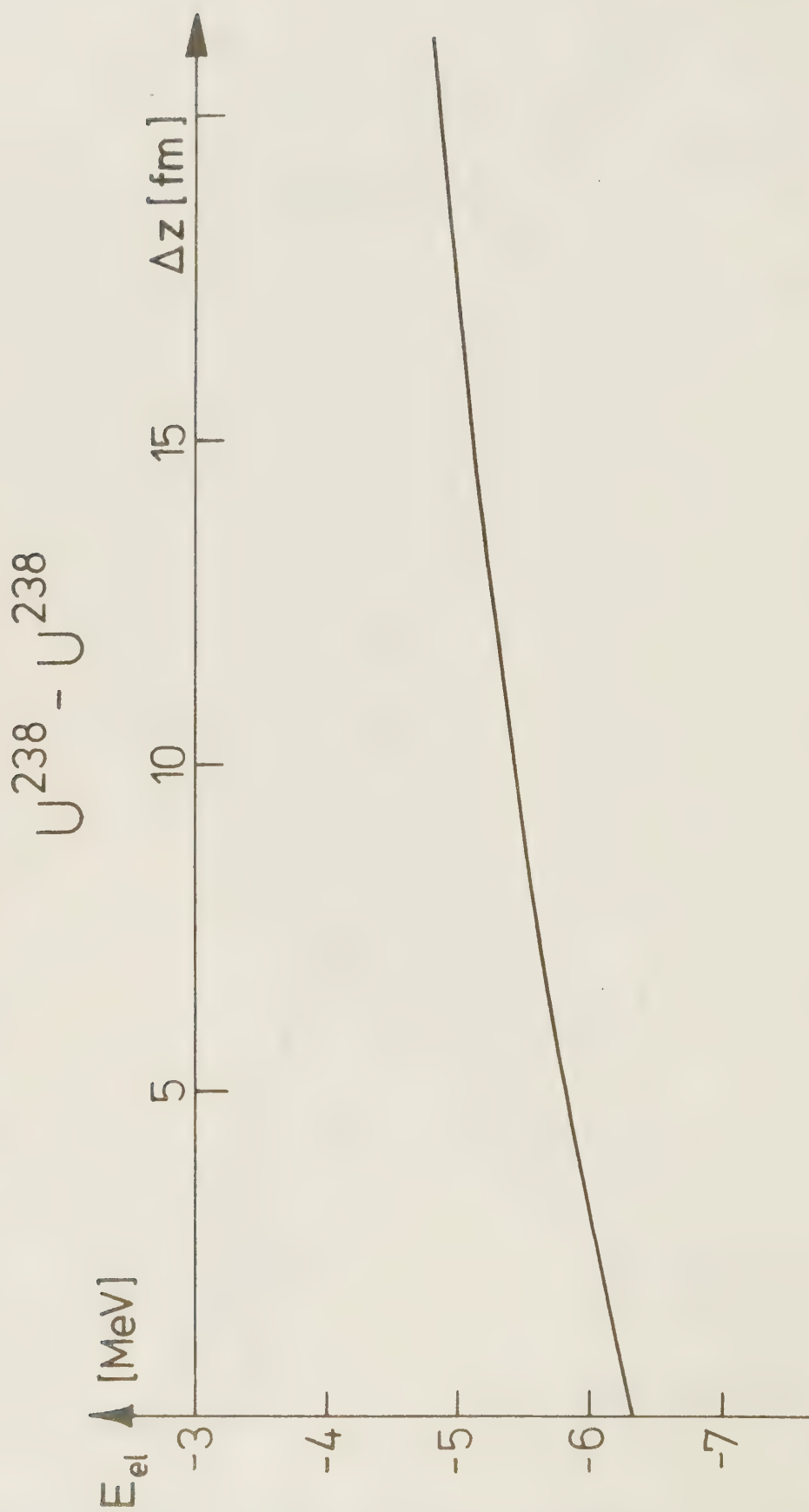


Fig. 40

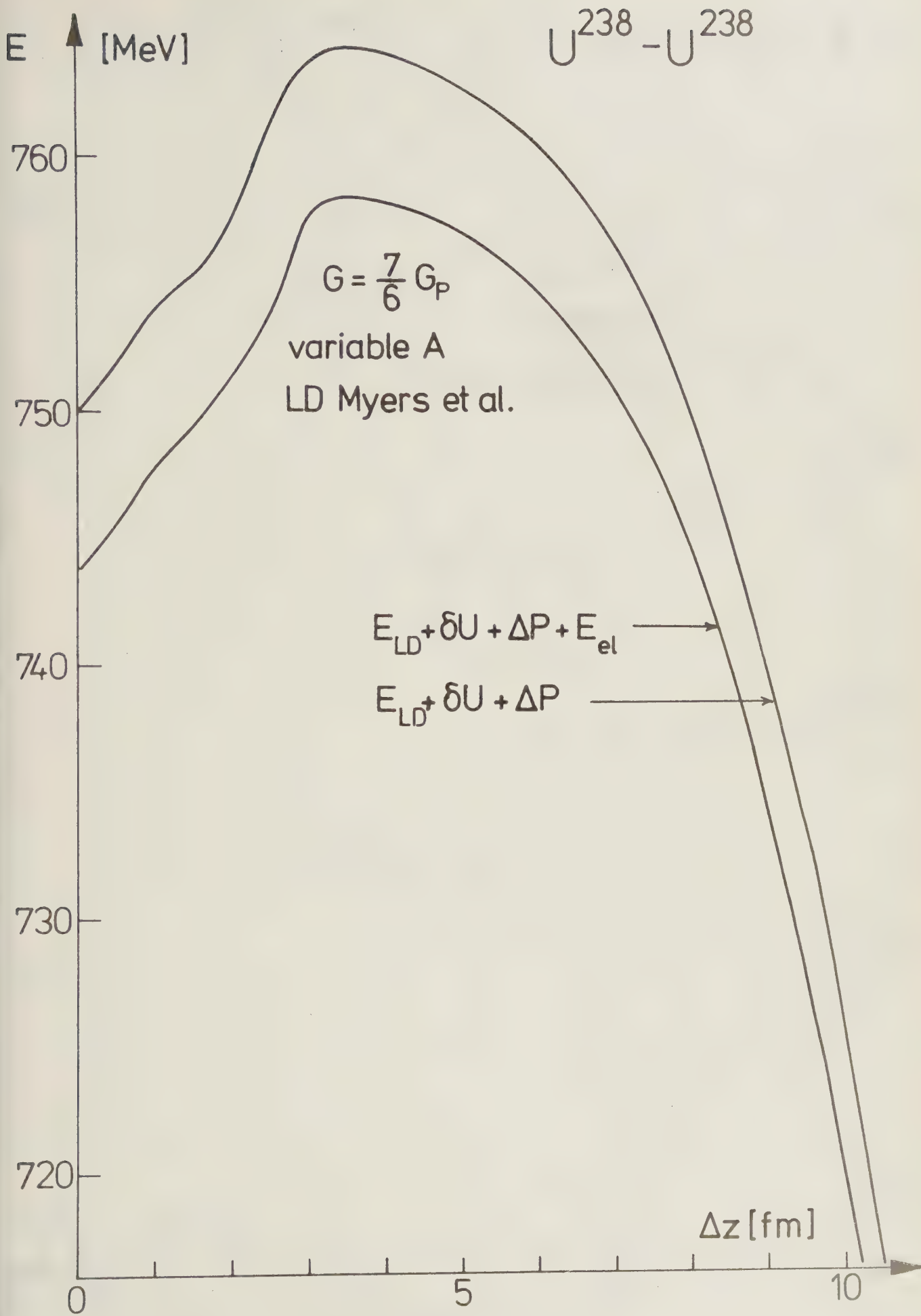


Fig. 41

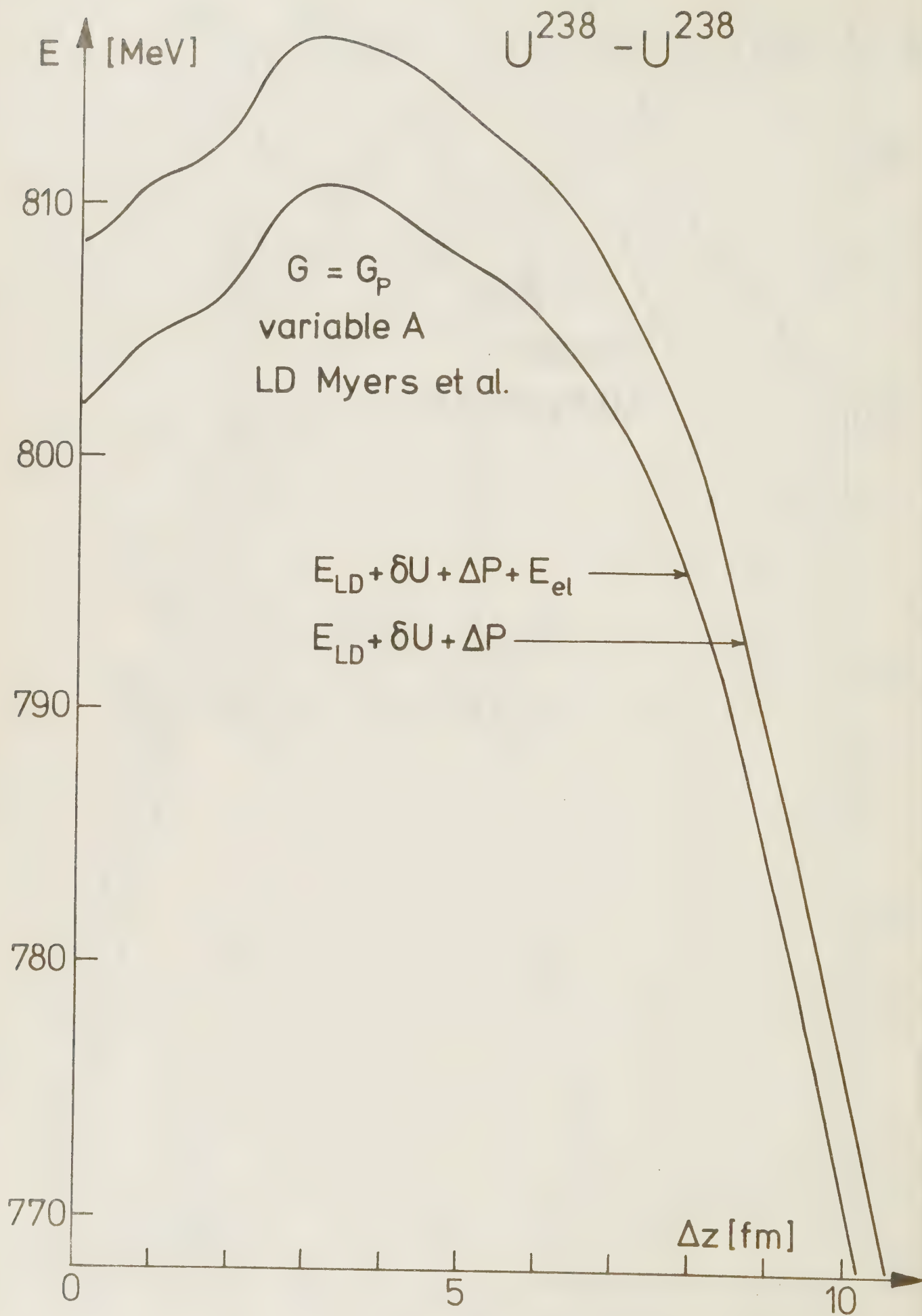


Fig. 42

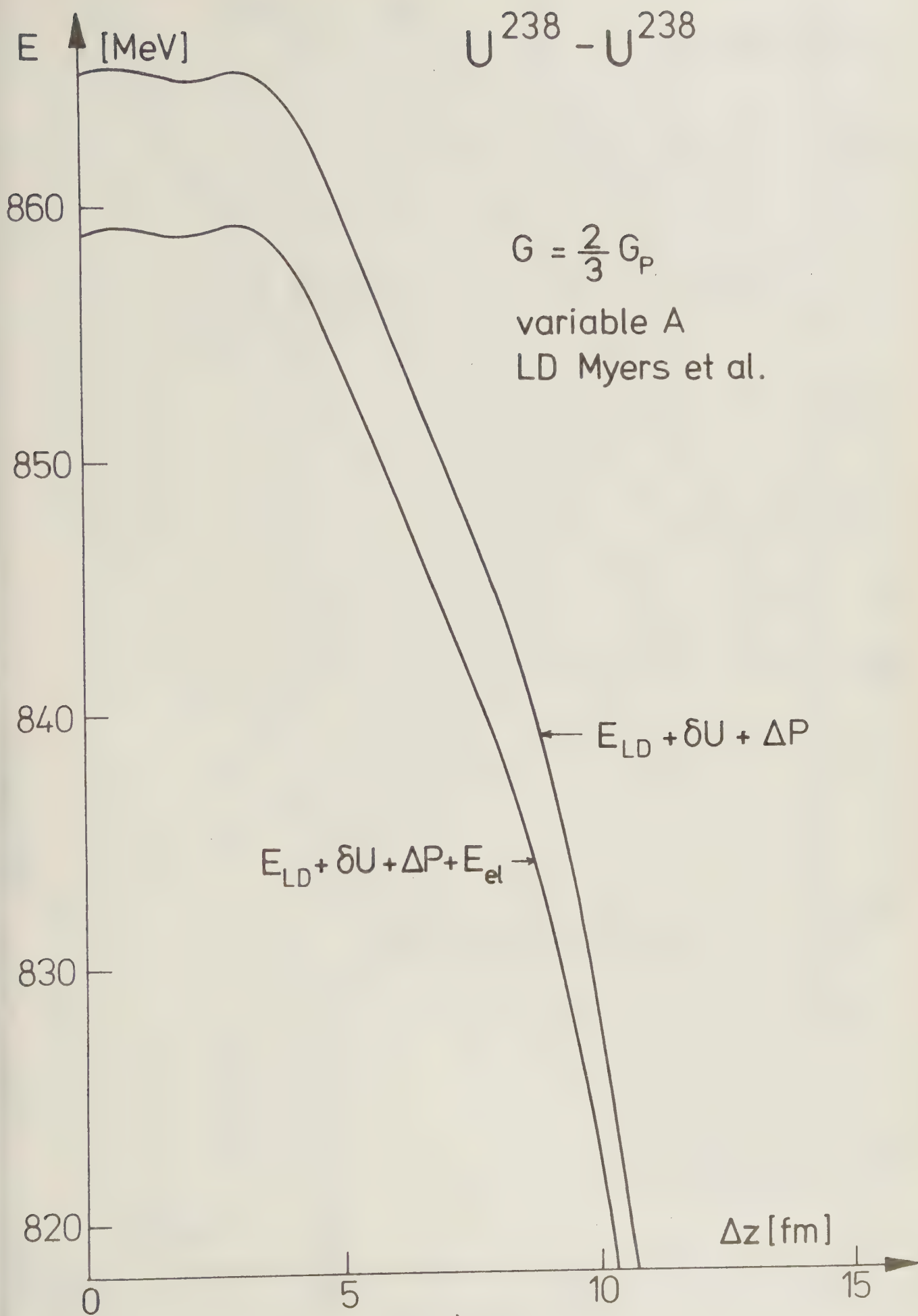


Fig. 43

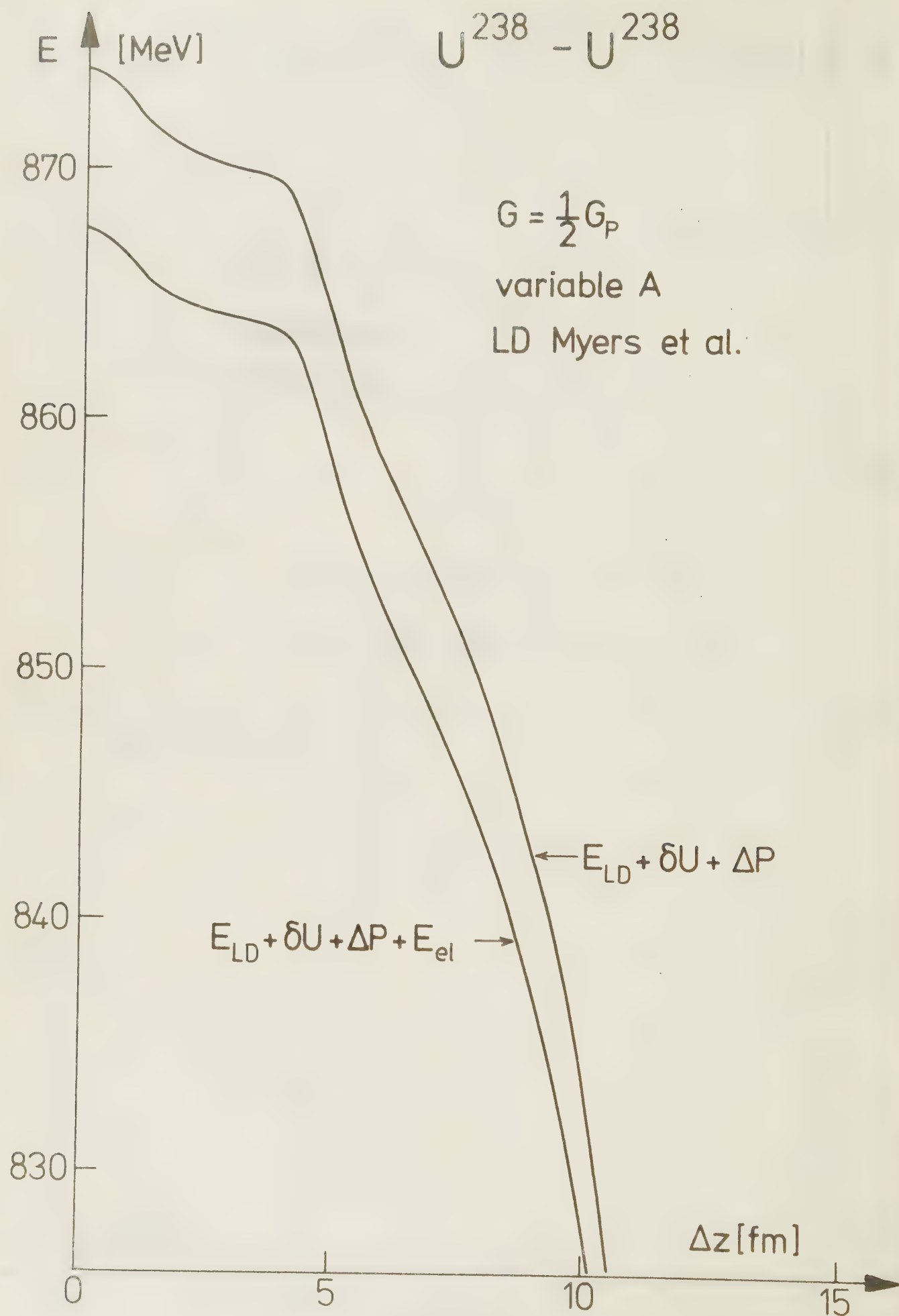


Fig. 44

$h \Delta [V_0]$ $U^{230} - U^{230}$ adiabatic

$E_{LD} + \delta U + \Delta P$

$$G = \frac{1}{2} G_p$$

constant A

LD - Myers et al.

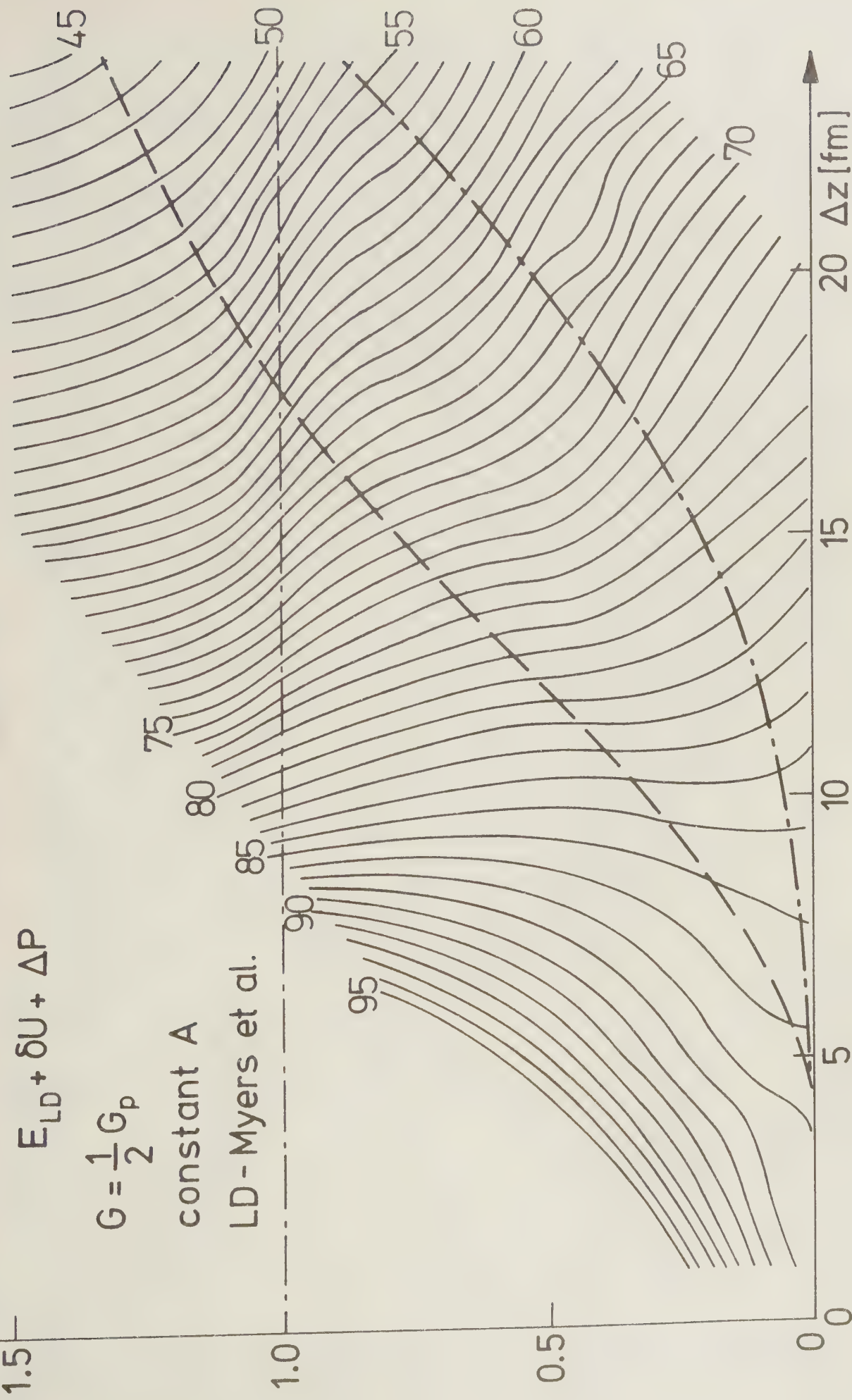


Fig. 45

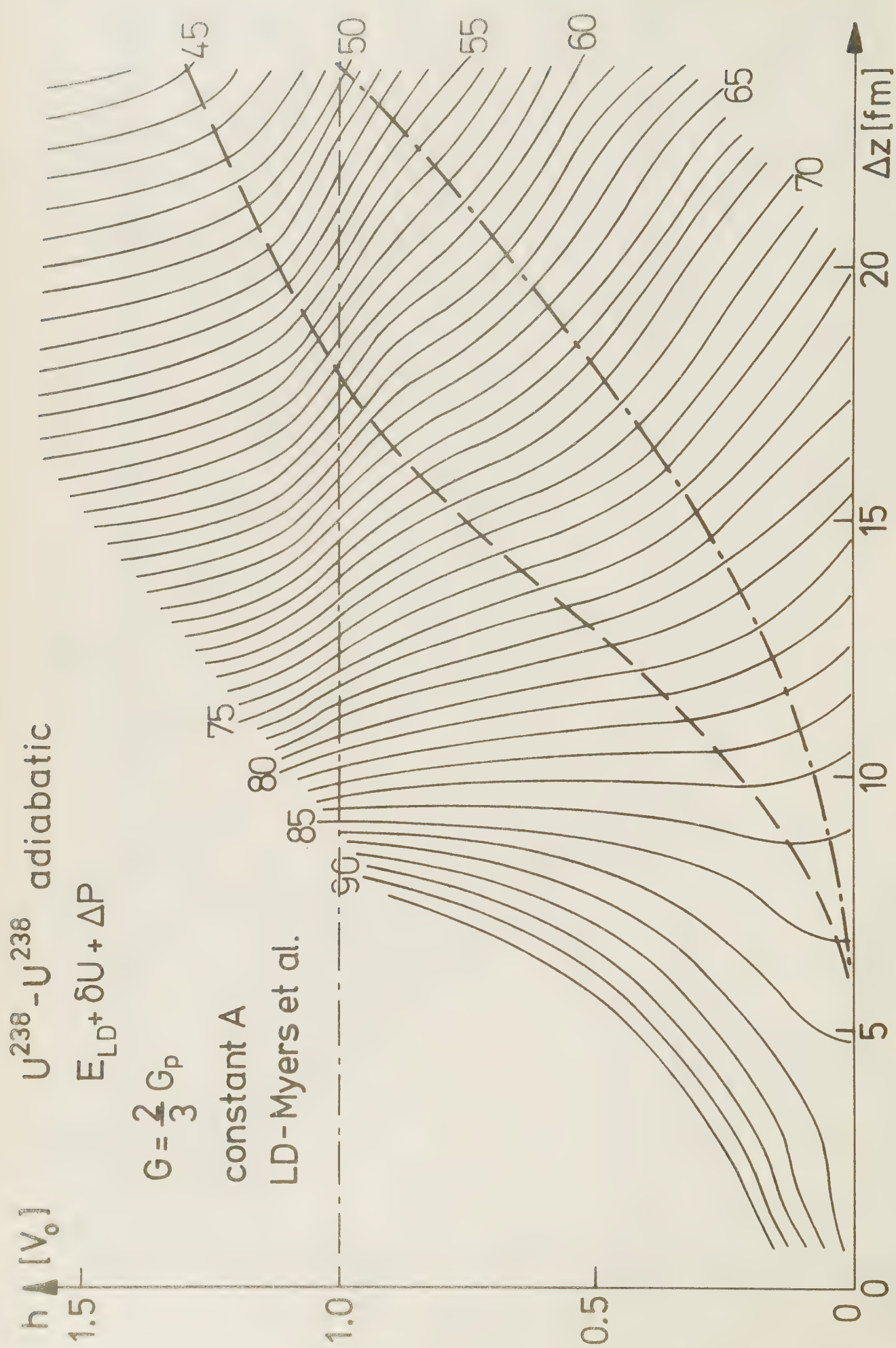


Fig. 46

$\hbar \Delta[V_0]$ U $-U$ adiabatic

$$E_{LD} + \delta U + \Delta P$$

$$G = G_p$$

constant A

LD-Myers et al.

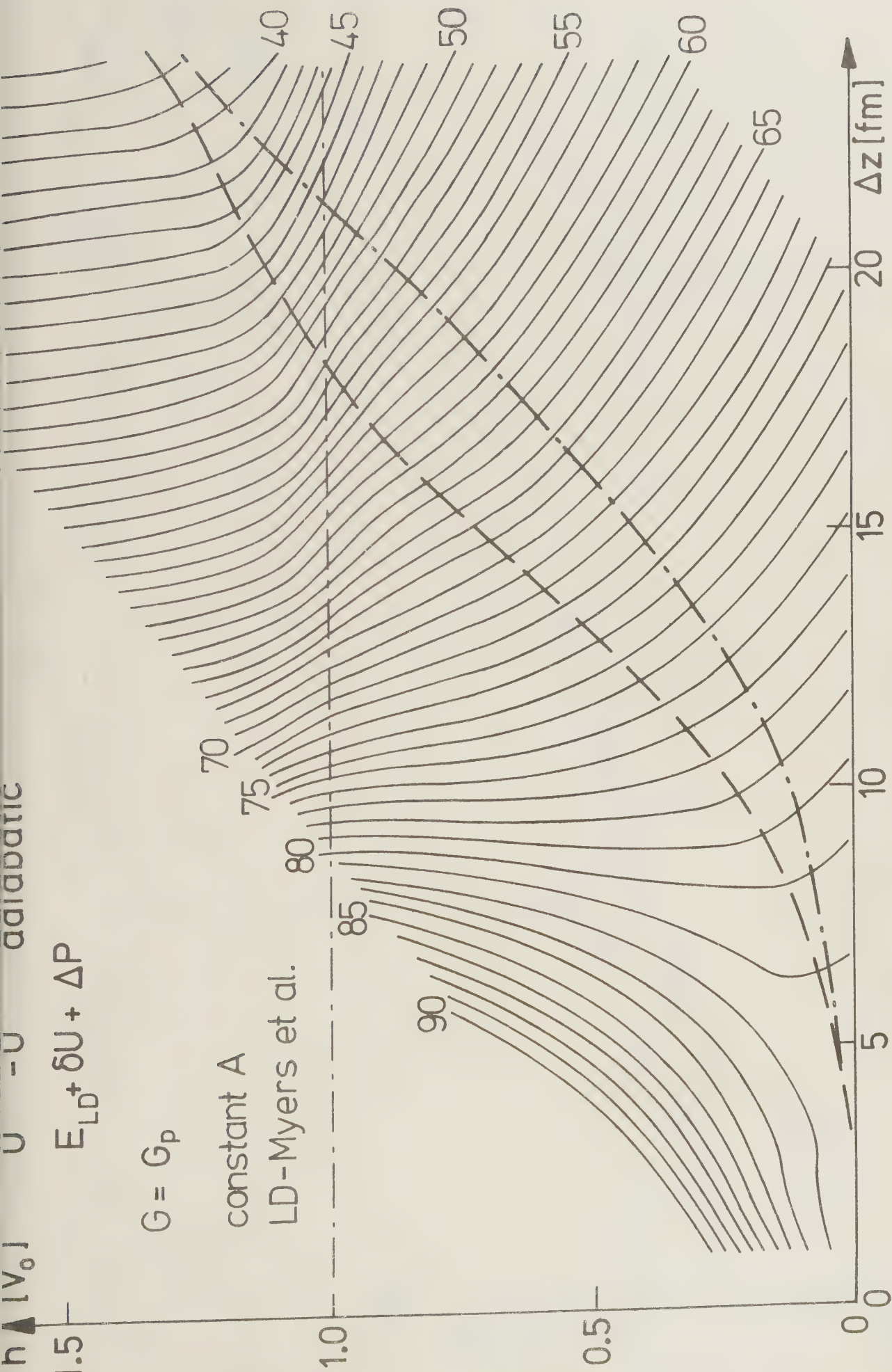


Fig. 47

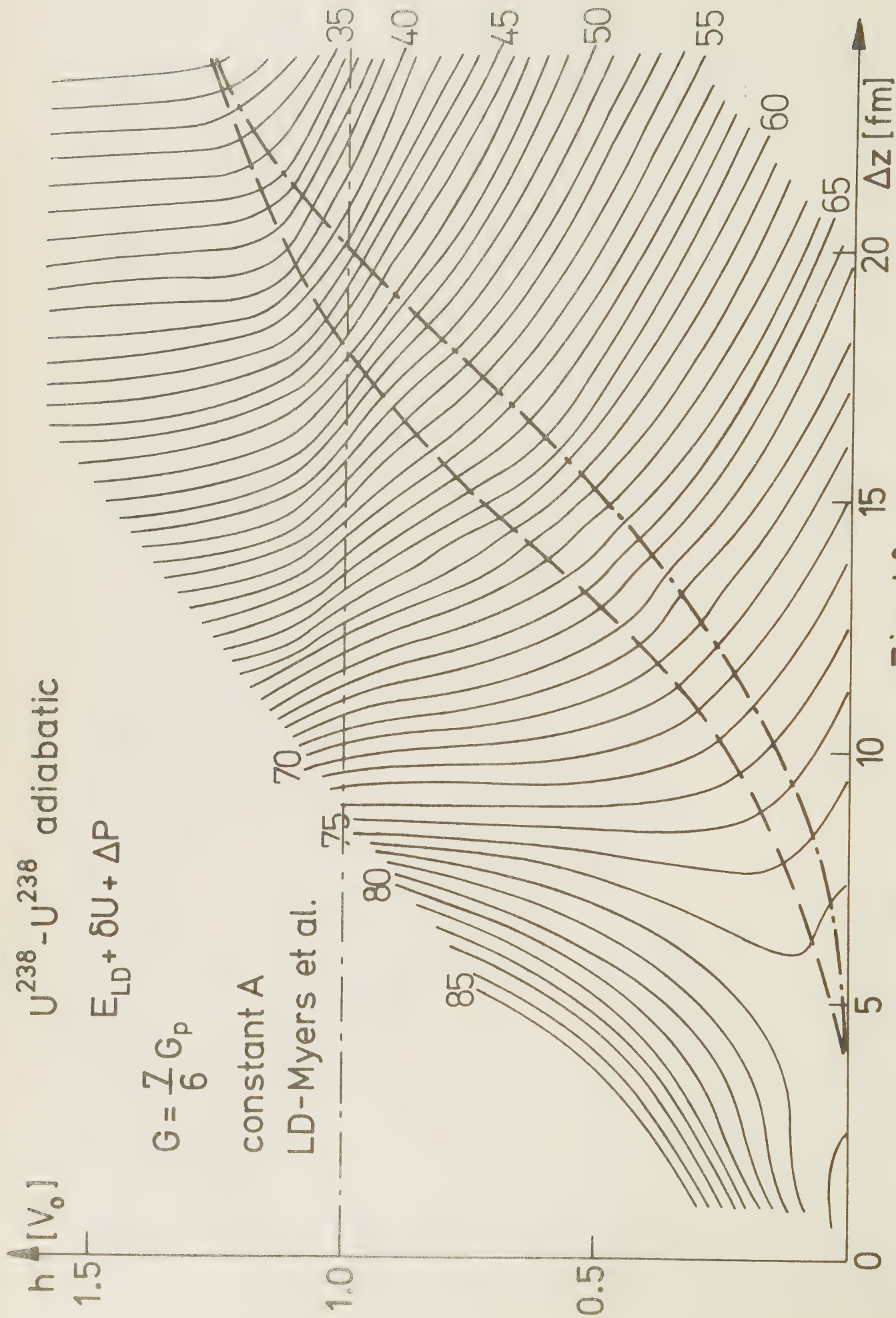


Fig. 48

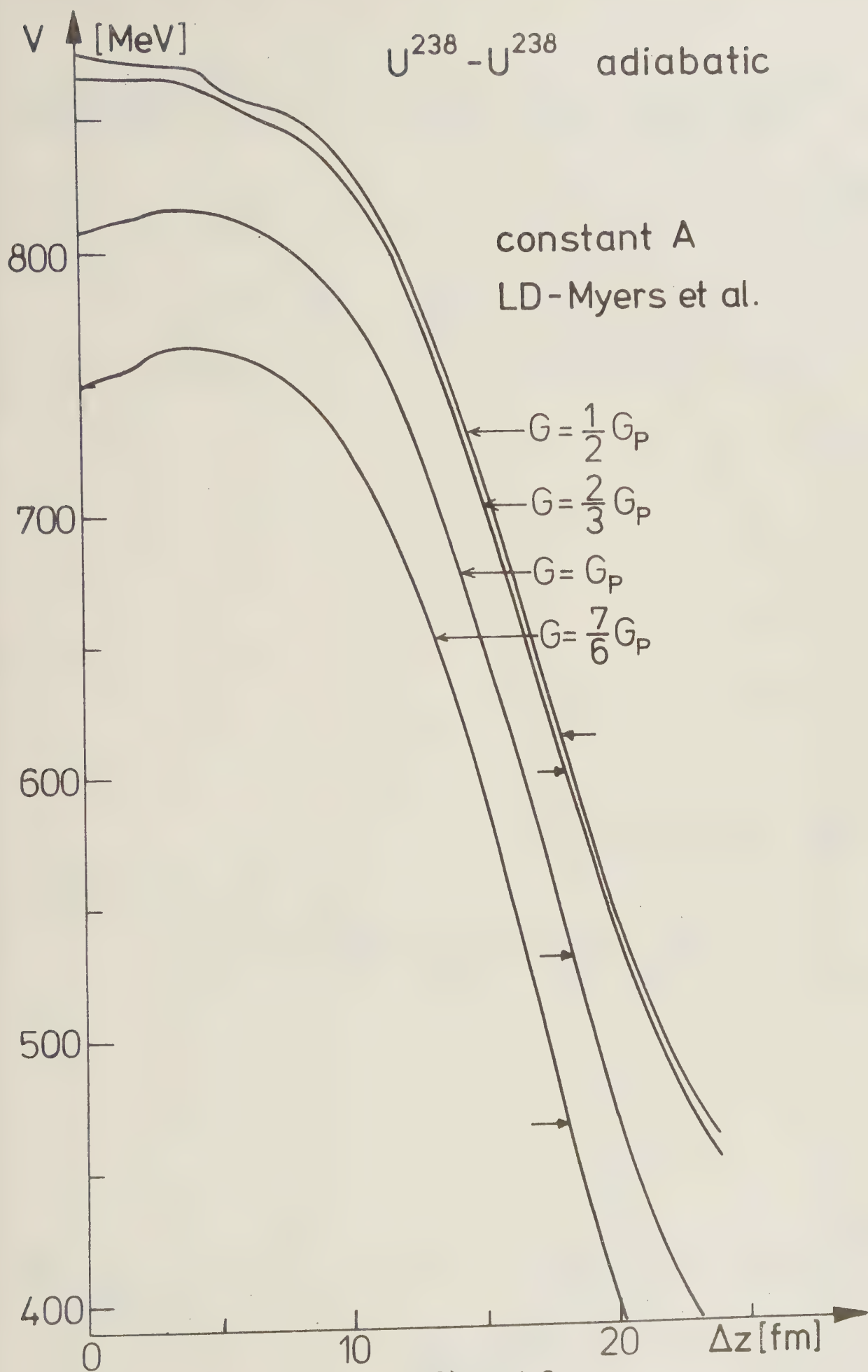


Fig. 49

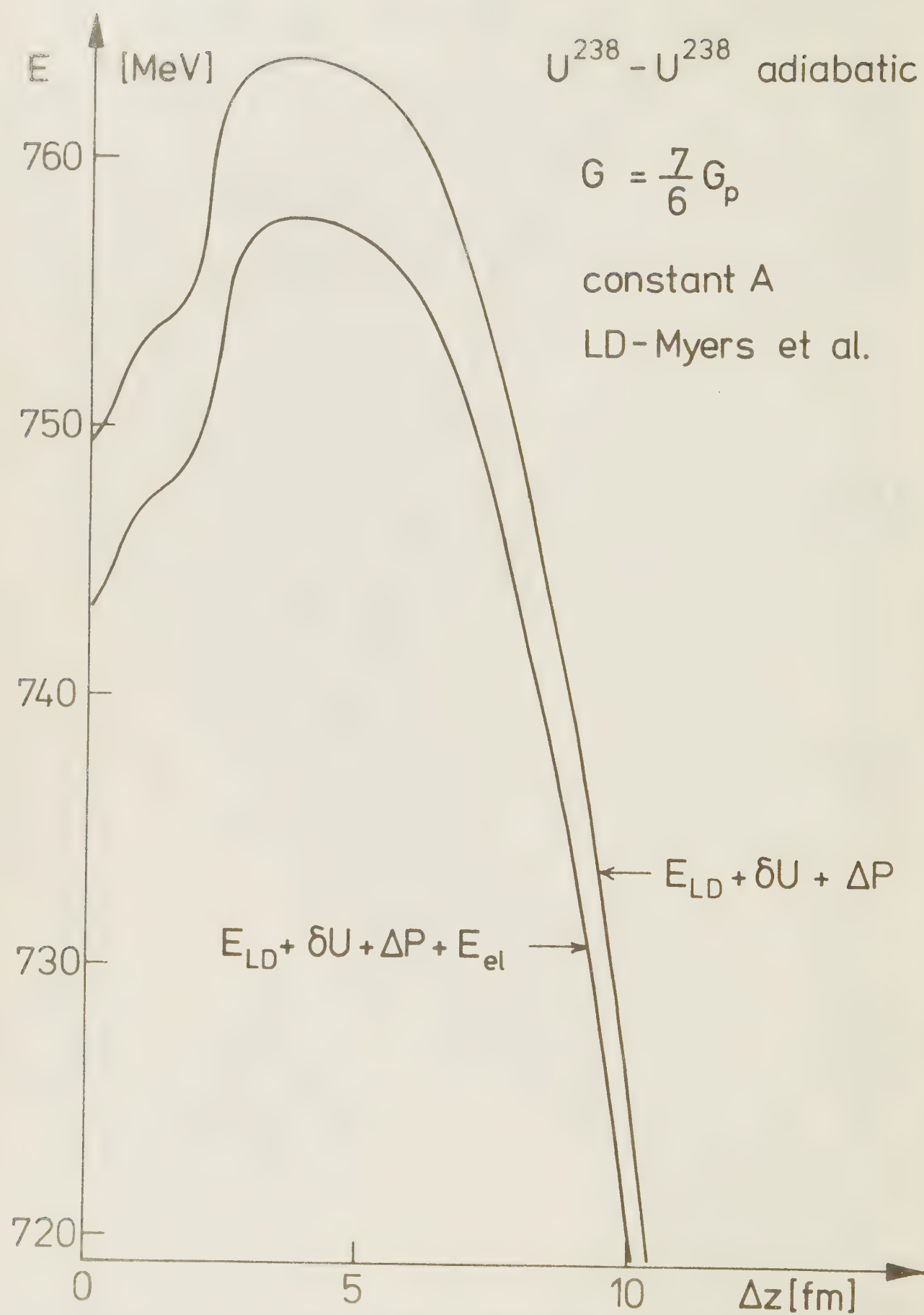


Fig. 50

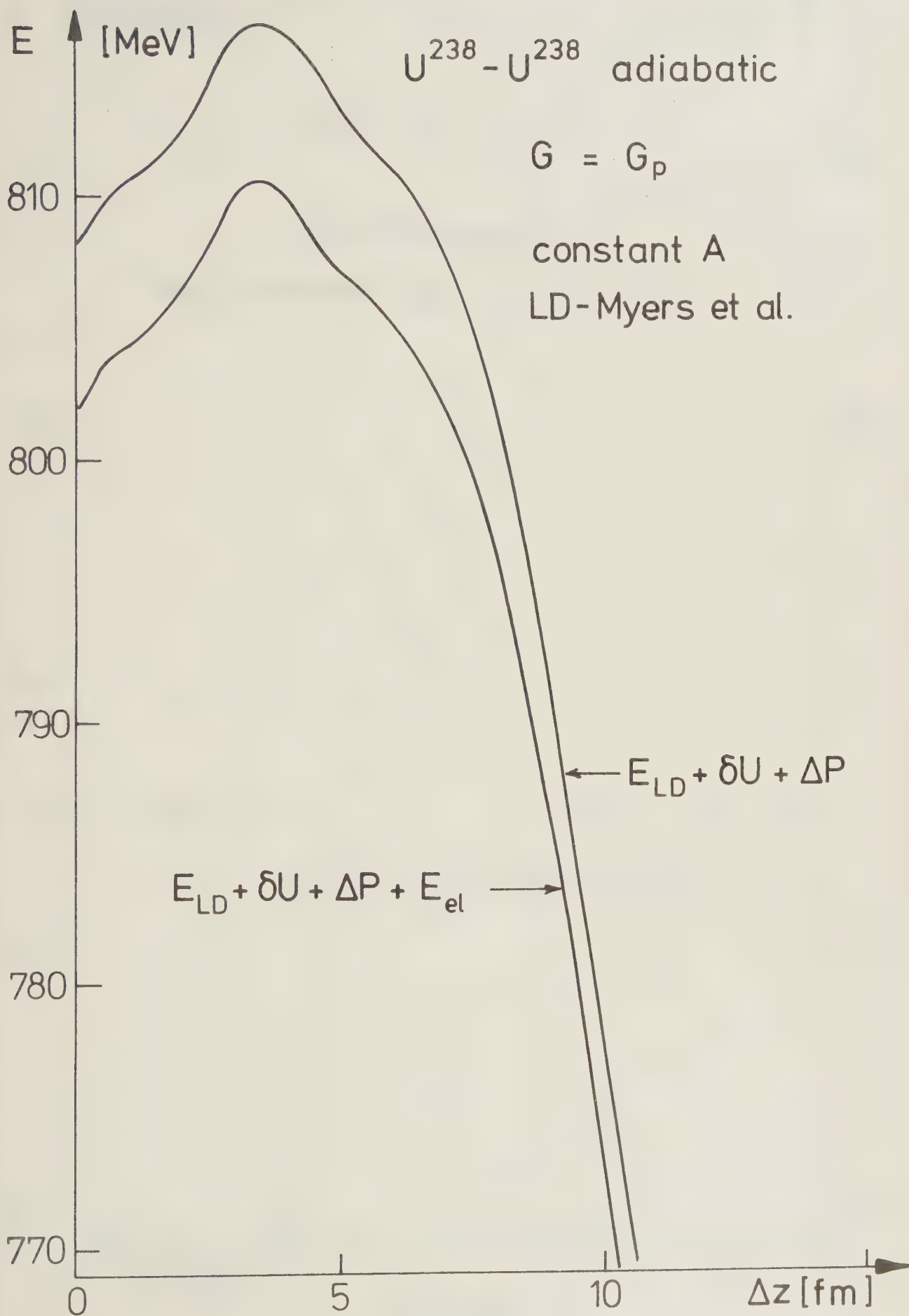


Fig. 51

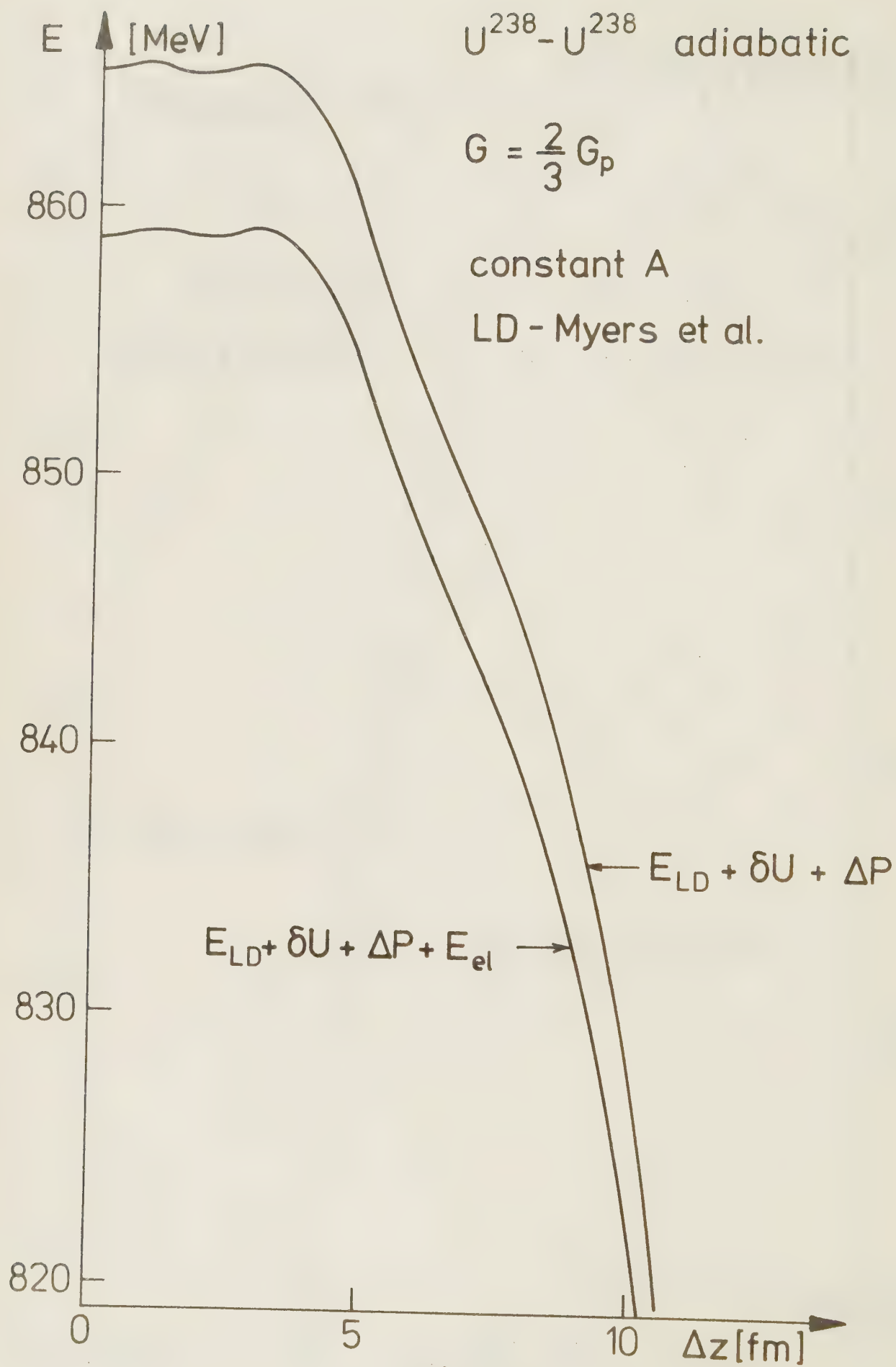


Fig. 52

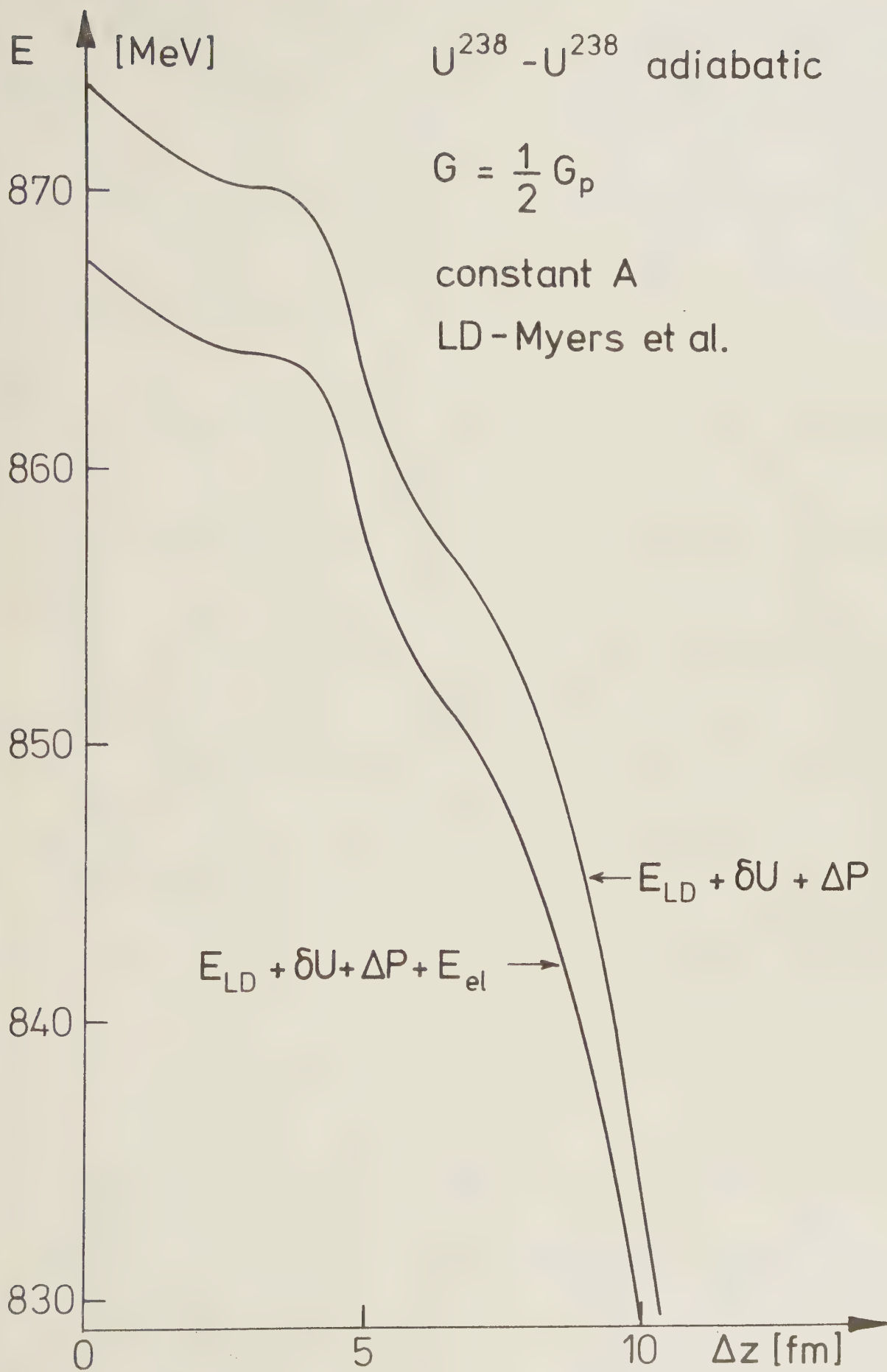


Fig. 53

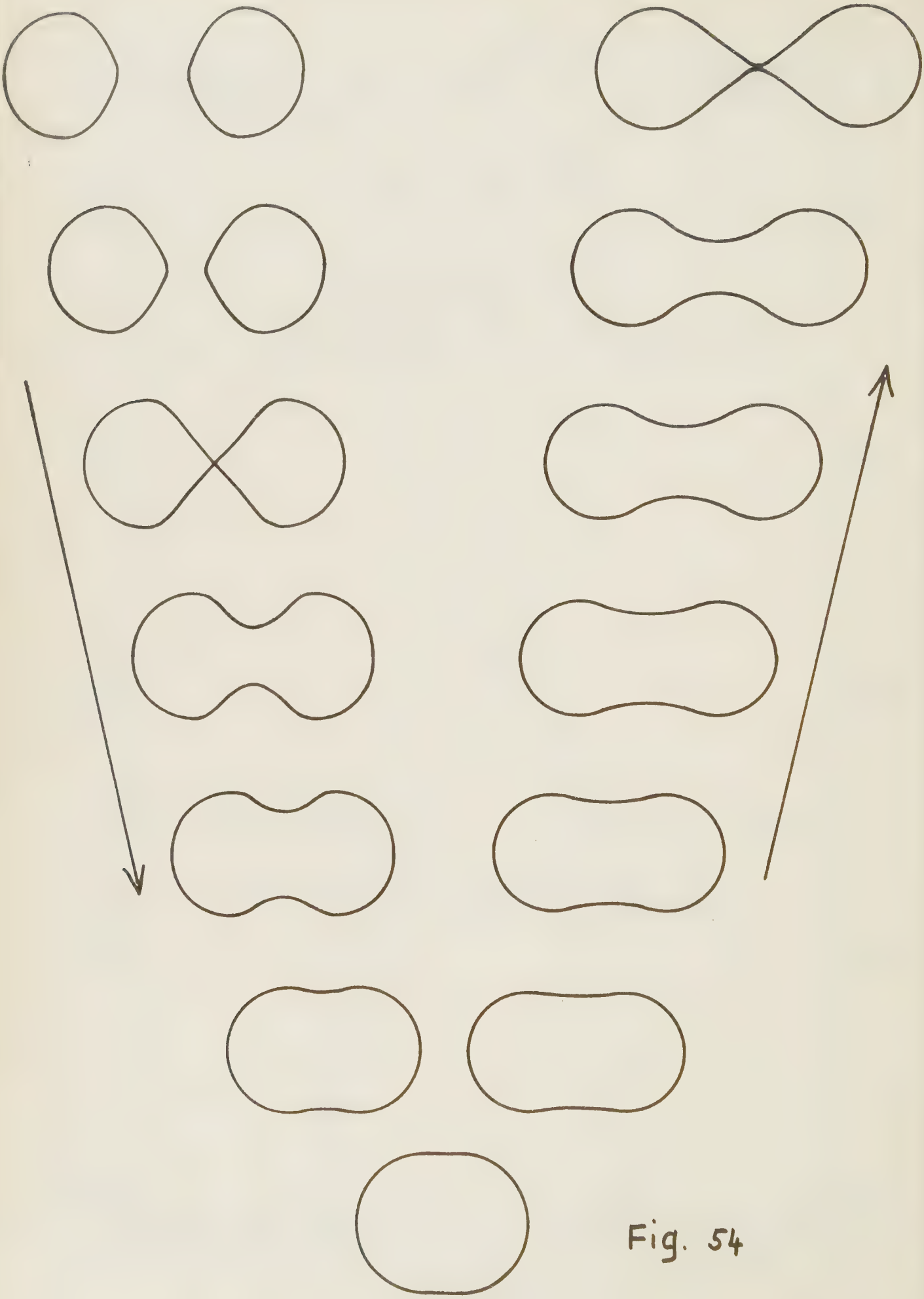


Fig. 54

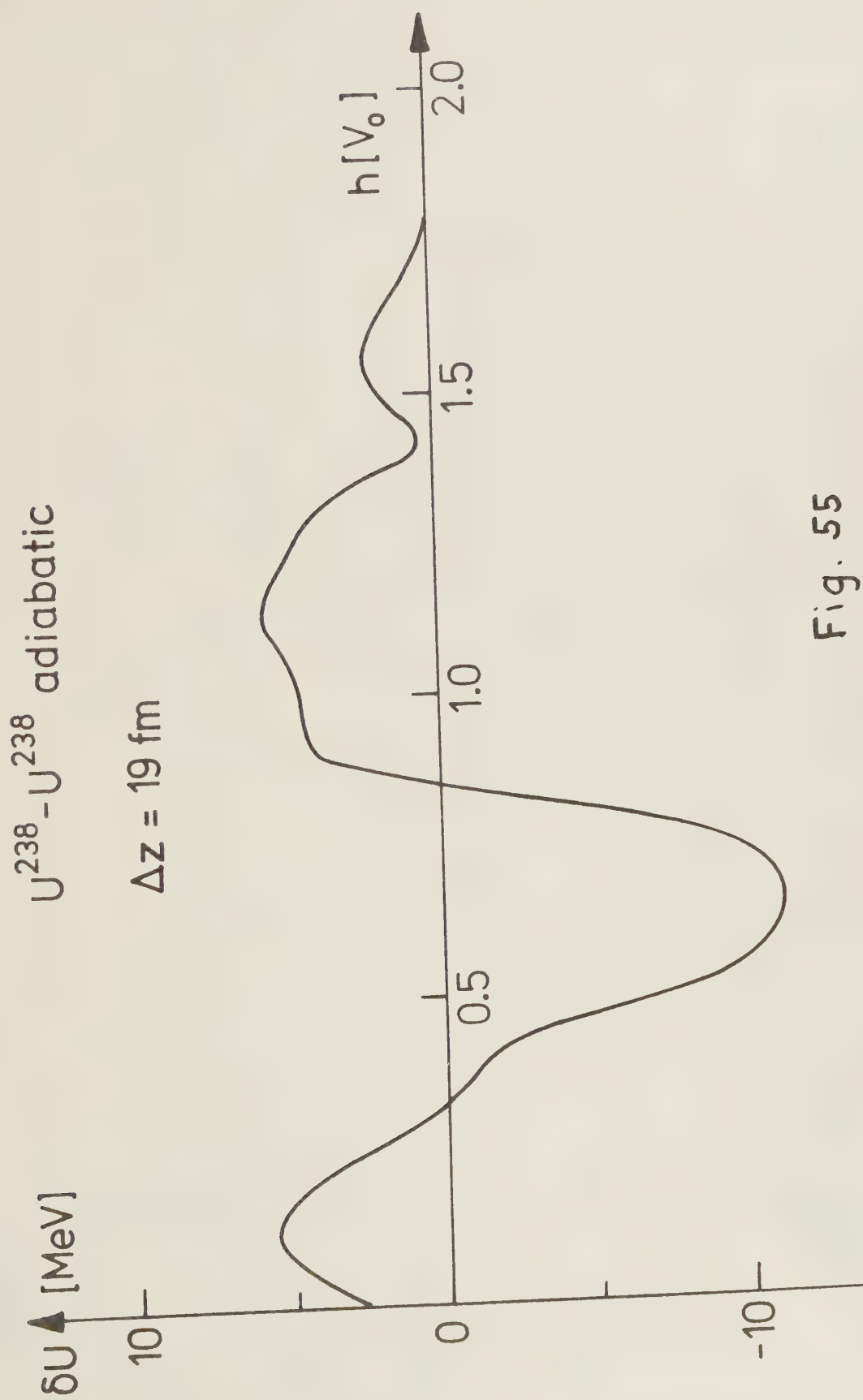


Fig. 55

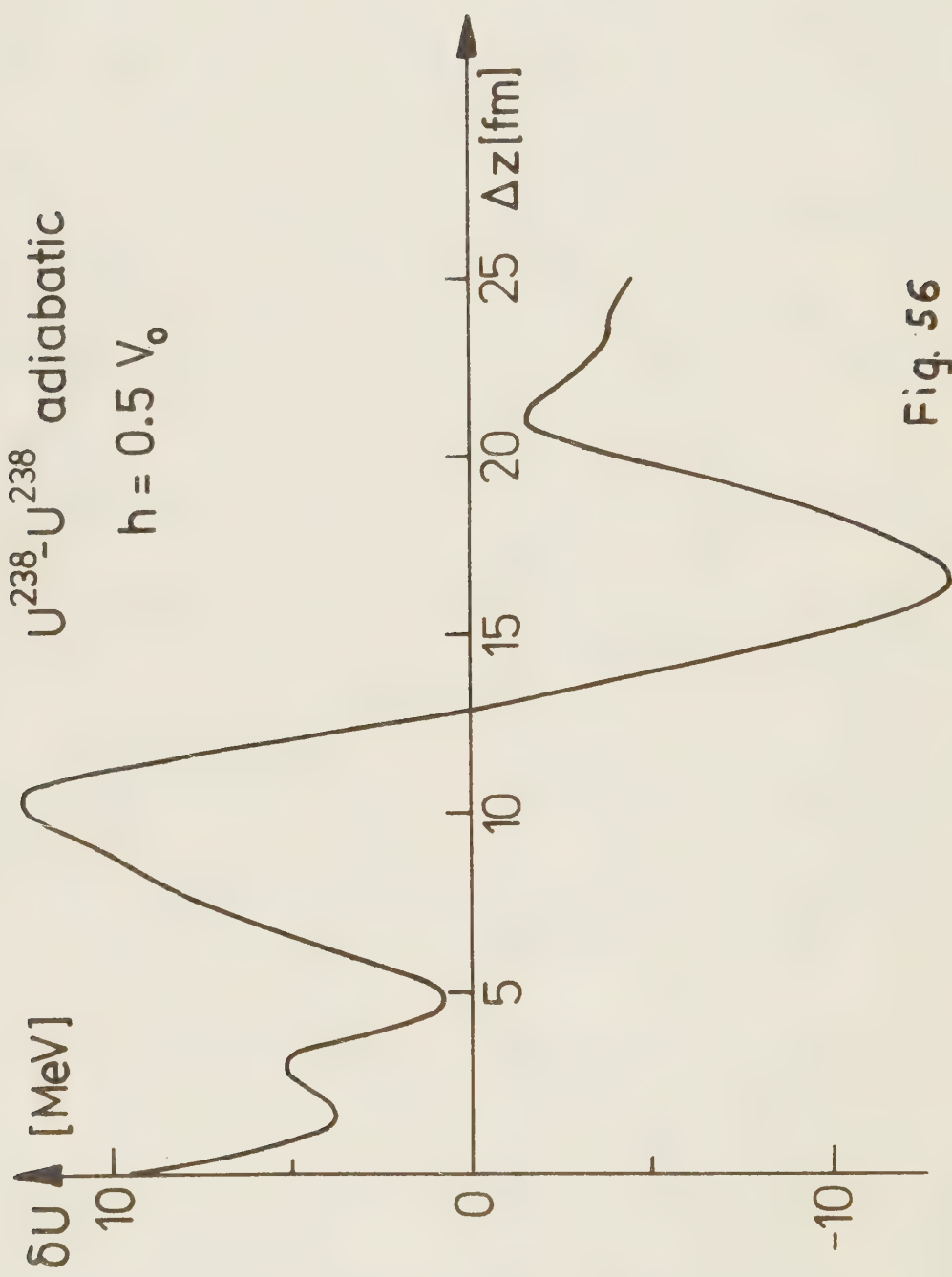


Fig. 56

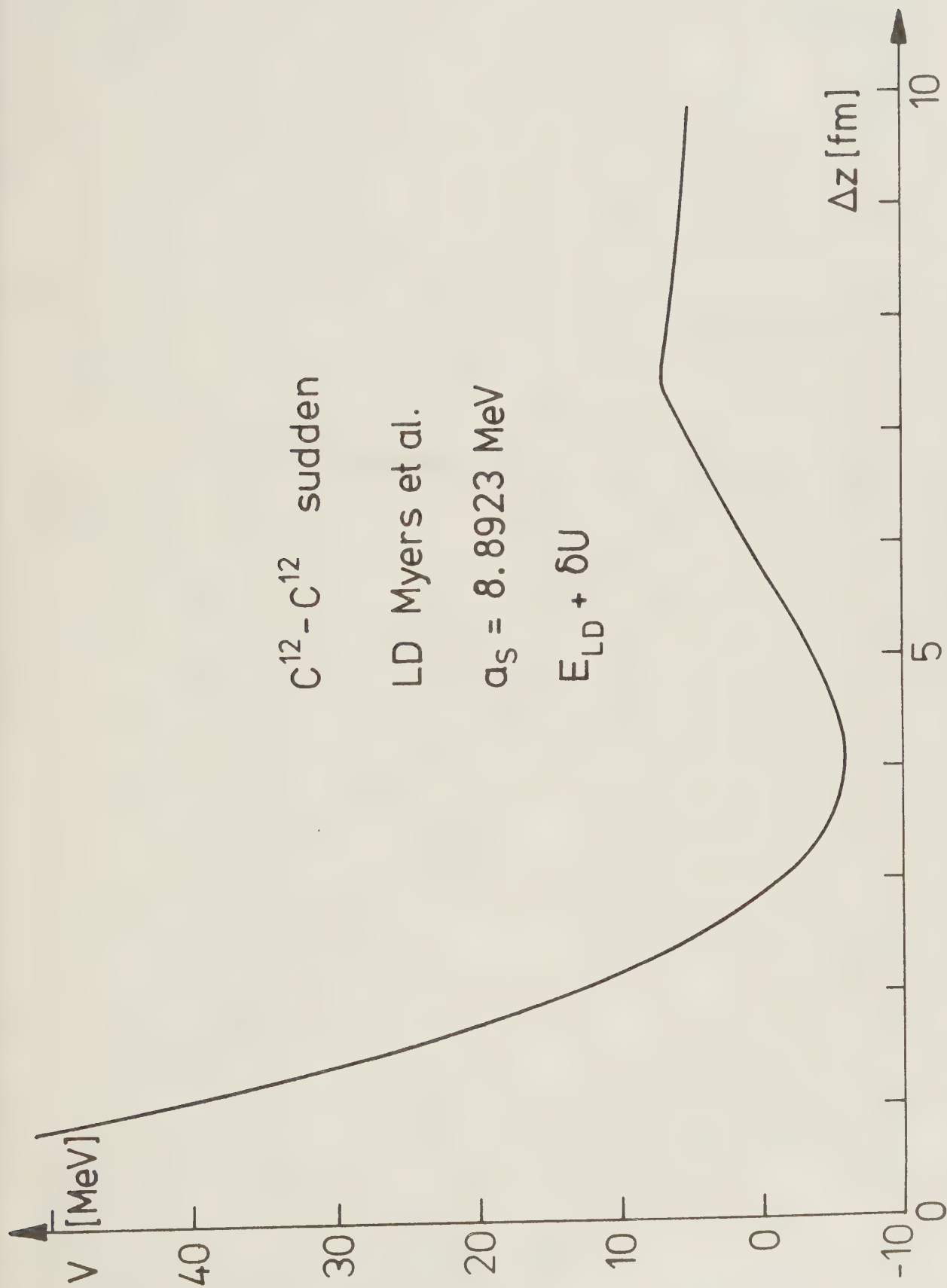


Fig. 57

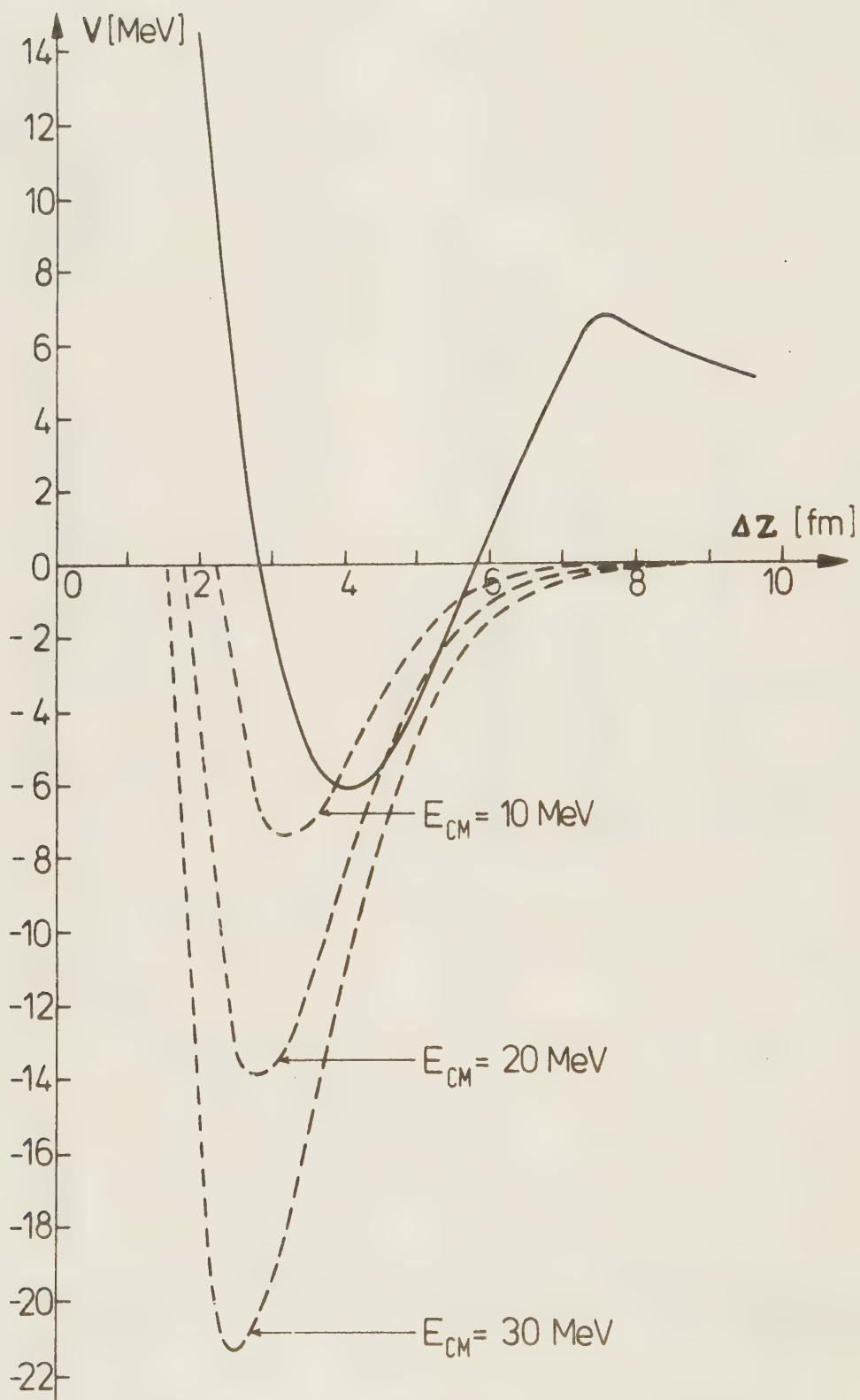


Fig. 58

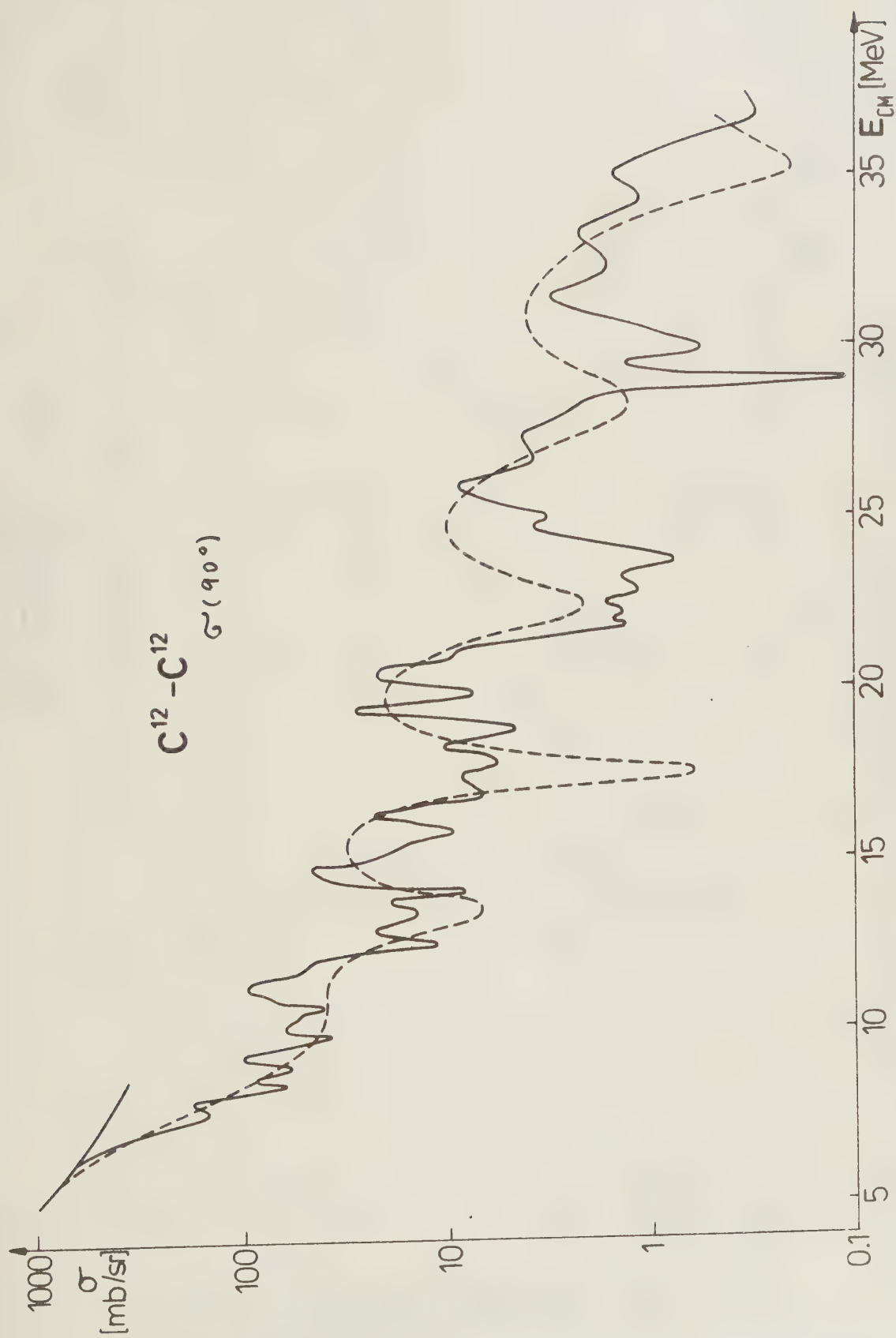


Fig. 59

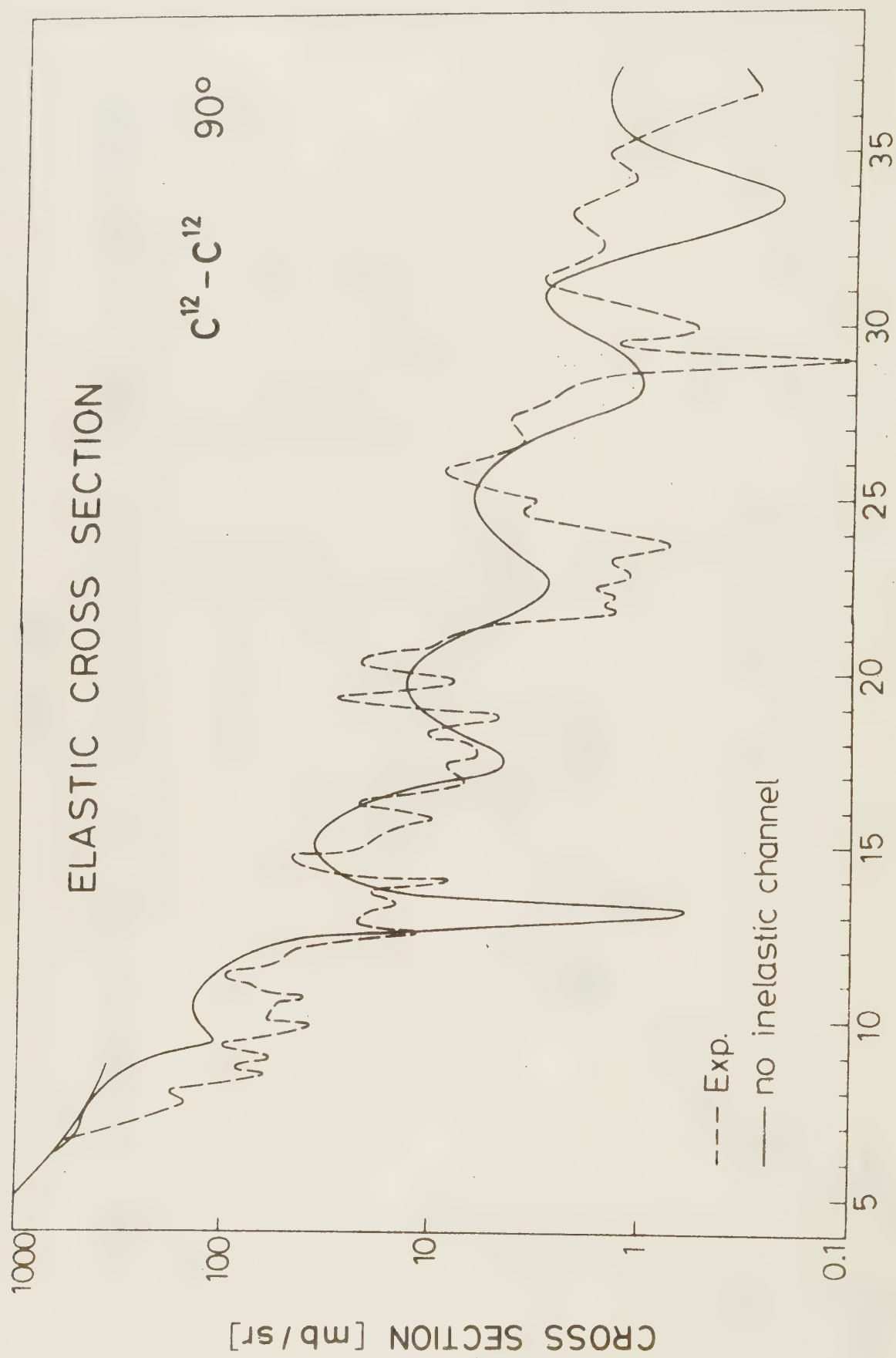


Fig. 60

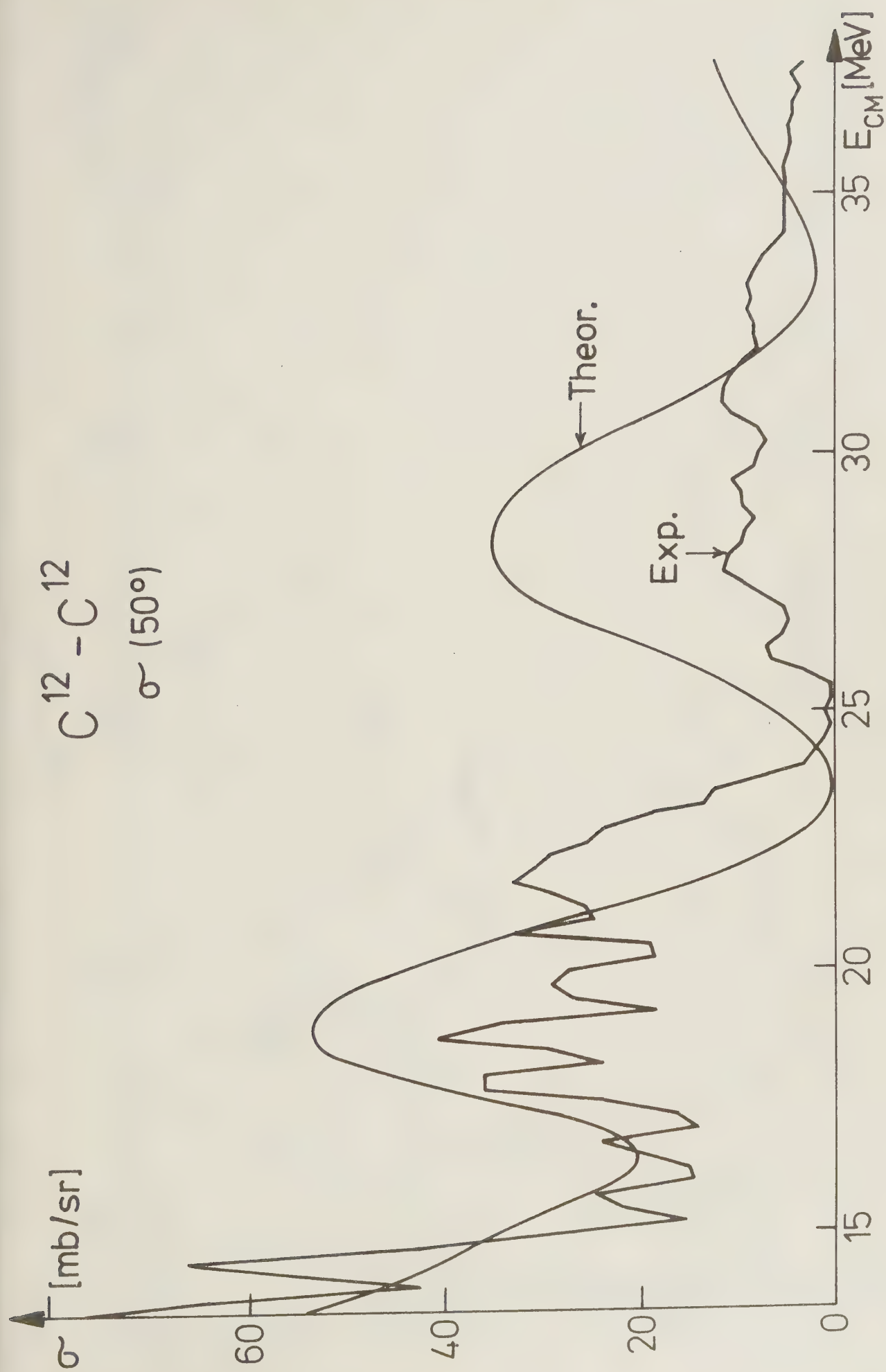


Fig. 61

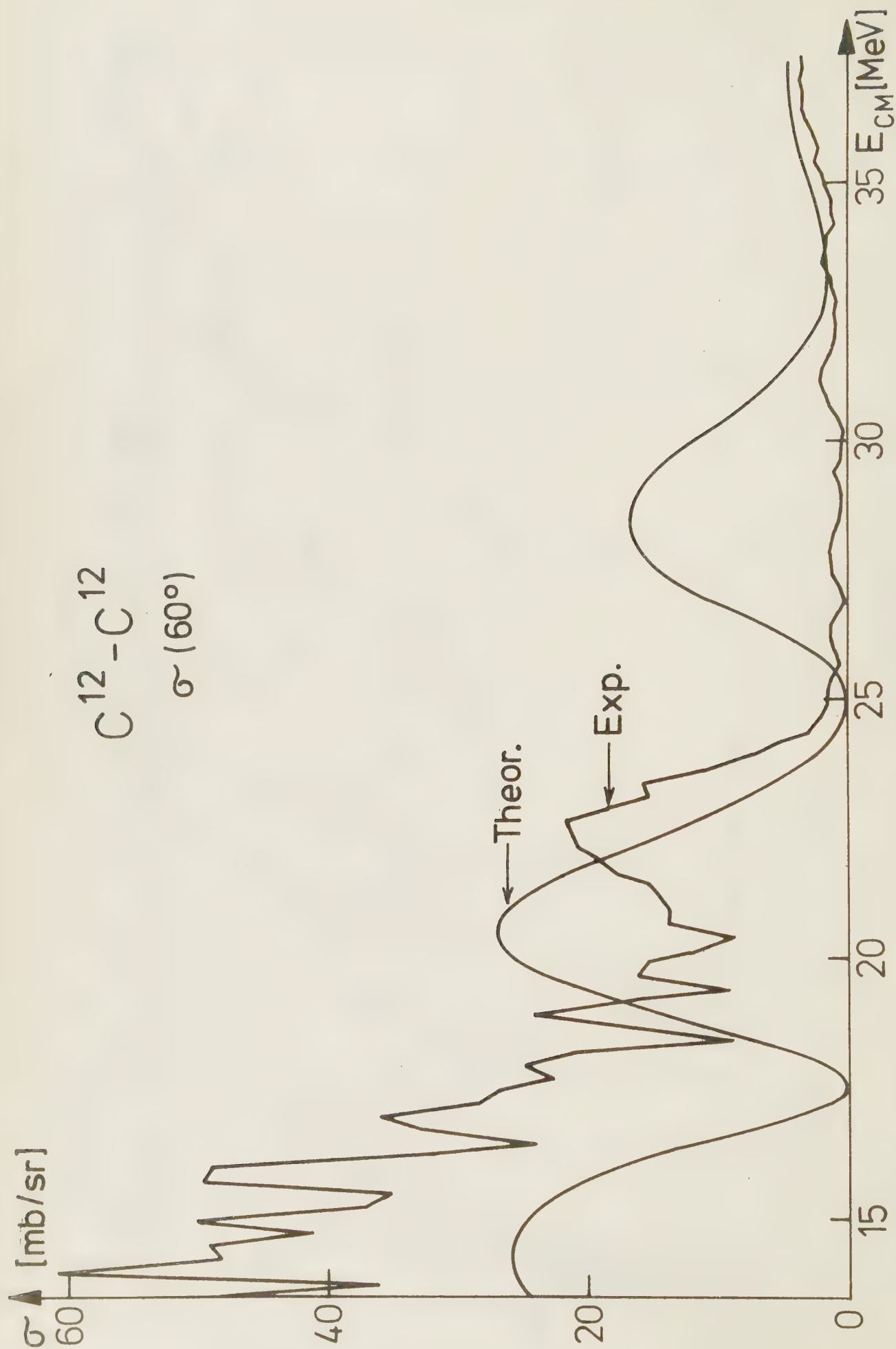


Fig. 62

$C^{12} - C^{12}$
 $\sigma(70^\circ)$

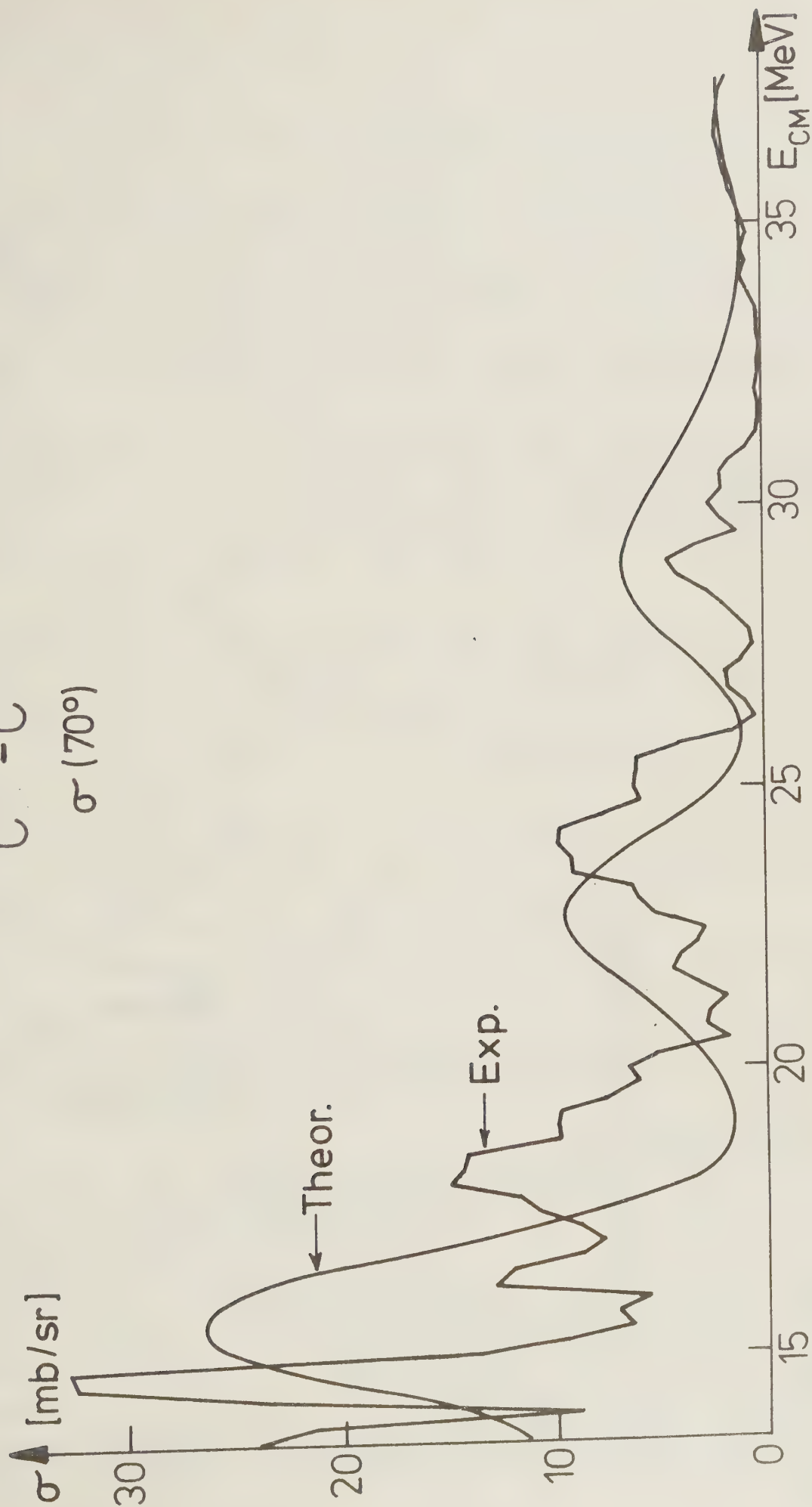


Fig. 63

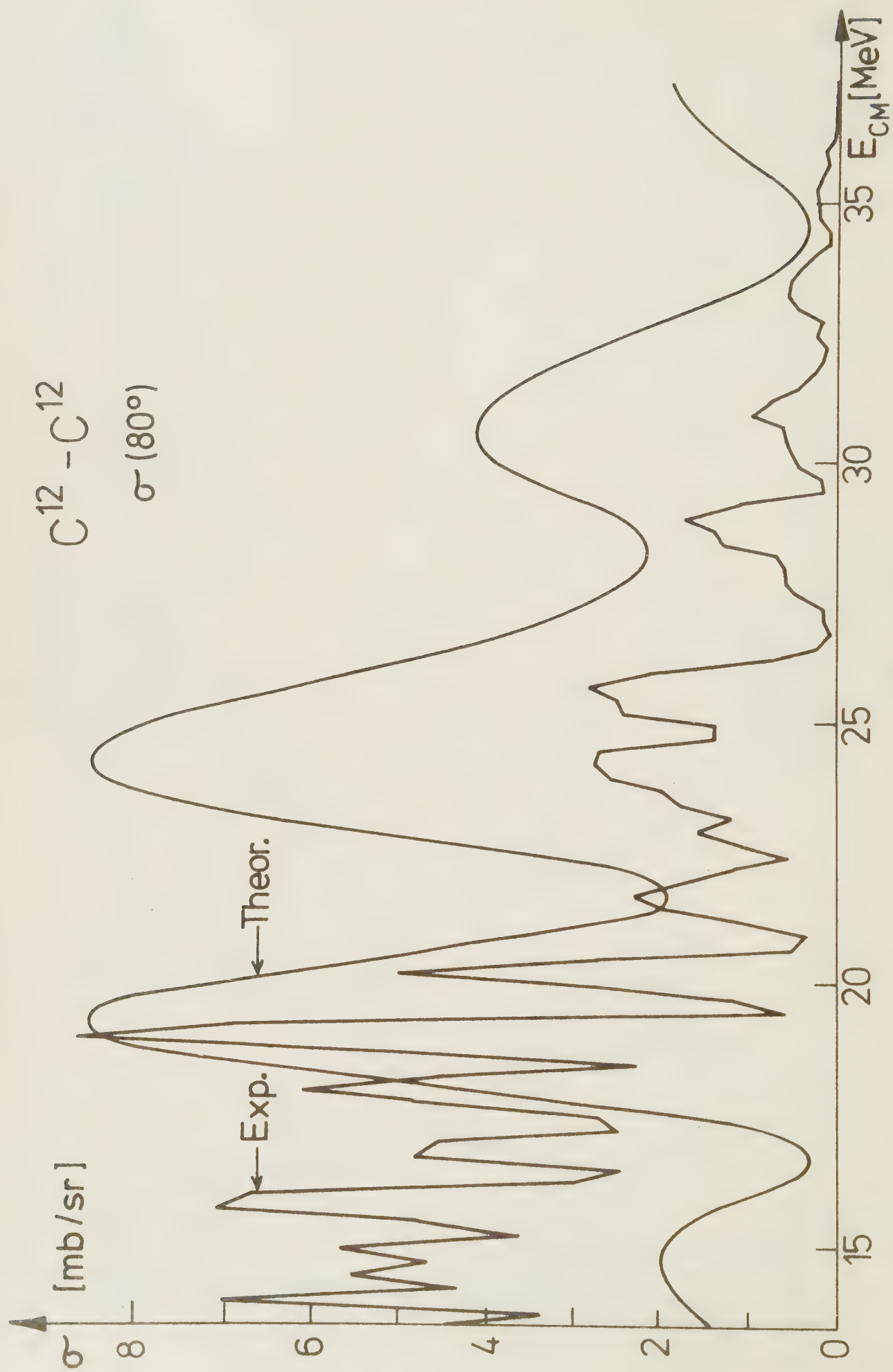


Fig. 64

Literaturverzeichnis

Konferenzen die als Literaturhinweis dienen:

Konferenz 1 : International Conference on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta- Stability, Leysin, Switzerland, 31.8.-4.9. 1970; herausgegeben durch CERN 70-30 in November 1970

Konferenz 2 : Proc. of the International Conference on Nuclear Reactions Induced by Heavy Ions, Heidelberg 1969; herausgegeben durch North-Holland Publ. Co. , Amsterdam 1970

Konferenz 3 : Heavy Ion Scattering, Proc. of Symposium Held at Argonne Nat. Lab. , March 1971, Report ANL-7837

/Ab-65/ M. Abramowitz, I. A. Stegun: Handbook of Mathematical Functions ; Dover Publications, N. Y. 1965

/Al-70/ K. Albrecht, D. Scharnweber, W. Greiner, U. Mosel: Phys. Lett. B32 (1970) 229

/Al-72/ K. Albrecht: Dissertation, Frankfurt 1972; auch Nucl. Phys. A207 (1973) 225

/An-69/ H. L. Anderson et al. : Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 221

/An-70/ B. L. Andersen, F. Dickmann, K. Dietrich : Nucl. Phys. A155 (1970) 337

/Ba-67/ G. Backenstoss et al. : Phys. Lett. B25 (1967) 547

/Ba-67a/ P. Bareau, J. B. Bellicard : Phys. Lett. B25 (1967) 470

/Ba-68/ G. Baumgärtner, P. Schuck : Kernmodelle, BI Mannheim 1968

/Be-36/ H. A. Bethe, R. F. Bacher : Rev. Mod. Phys. 8 (1936) 82

/Be-64/ J. B. Bellicard et al. : Nucl. Phys. 60 (1964) 319

/Bo-39/ N. Bohr, J. A. Wheeler : Phys. Rev 56 (1939) 426

/Br-66/ I. N. Bronstein, K. A. Semendjajev : Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Zürich und Frankfurt 1966

- /Br-68/ R. A. Brueckner, J. R. Buchler, M. M. Kelly:
Phys. Rev. 173 (1968) 944
- /Br-70/ D. A. Bromley: Konferenz 2, Seite 27
- /Br-70a/ P. Brix: Electron Scattering and Nuclear Structure,
Cagliari - Sept. 1970
- 7Br-72/ M. Brack et al. : Rev. Mod. Phys. 44 (1972) 320
- /Br-73/ D. A. Bromley: private Mitteilung
- /Do-69/ T. W. Donnelly, G. E. Walker: Phys. Rev.
Lett. 22 (1969) 1121
- /Eh-72/ H. Ehrenberg: Contributions to the Proc. of the
International Conference on Nuclear Structure
Studies using Electron Scattering and Photoreac-
tions, Sendai, Japan, 12.9.-25.9. 1972; heraus-
gegeben durch K. Shoda and H. Ui, Seite 85
- /Ei-70/ J. M. Eisenberg, W. Greiner: Nuclear Theory Vol. 1
North-Holland Publ. Co. , Amsterdam-London 1970
- /El-67/ L. R. Elton: Phys. Rev. 158 (1967) 970
- /Fa-71/ W. Fabian: Diplomarbeit, Frankfurt 1971
- /Fe-71/ A. J. Ferguson et al. : Konferenz 3, Seite 187
- /Fi-70/ J. R. Ficenec et al. : Phys. Lett. B32 (1970) 460
- /Fi-72/ H. J. Fink, W. Scheid, W. Greiner: Nucl. Phys.
A188 (1972) 259
- /Fi-73/ H. J. Fink: Dissertation, Frankfurt 1973 ; H. J. Fink,
J. Maruhn, W. Scheid, W. Greiner: to be published
- /Fi-73a/ B. Fink: Habilitationsschrift, Frankfurt 1973 ;
B. Fink, C. Toepffer: Phys. Lett. B45 (1973) 411
- /Fi-73b/ H. J. Fink: private Mitteilung

- /Gr-69/ H. v. Groote, E. Hilf: Nucl. Phys. A129 (1969) 513
- /Gu-70/ C. Gustafsson: Konferenz 1 Seite 654
- /He-56/ R. H. Helm: Phys. Rev. 104 (1956) 1466
- /He-71/ J. H. Heisenberg et al. : Nucl. Phys. A164 (1971) 340
- /Hi-53/ D. L. Hill, J. A. Wheeler: Phys. Rev. 89 (1953) 1102
- /Hi-70/ D. Hitlin et al. : Phys. Rev. C1 (1970) 1184
- /Ho-69/ P. Holzer: Diplomarbeit, Frankfurt 1969; P. Holzer,
U. Mosel, W. Greiner: Nucl. Phys. A128 (1969) 241
- /Ho-71/ G. Horlacher: Diplomarbeit, Frankfurt 1971
- /Ja-70/ D. F. Jackson: Phys. Lett. B32 (1970) 233
- /La-67/ Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus
Naturwissenschaften und Technik, Band I/2, Springer-
verlag 1967
- /Ma-71/ J. Maruhn: Diplomarbeit, Frankfurt 1971
- /Ma-72/ J. Maruhn, W. Greiner: Z. Physik 251 (1972) 431
- /Me-59/ U. Meyer-Berkhout et al. : Ann. Phys. 8 (1959) 119
- /Mo-59/ B. R. Mottelson, S. G. Nilsson: Dan. Vid. Selsk.
Mat. Fys. Skr. 1 No.8 (1959)
- /Mo-70/ U. Mosel, T. D. Thomas, P. Riesenfeldt:
Phys. Lett. B33 (1970) 565
- /Mo-71/ U. Mosel, H. W. Schmitt: Nucl. Phys. A165 (1971) 73
- /Mo-72/ U. Mosel: Phys. Rev. C6 (1972) 971
- /Mo-73/ T. Morović, B. Fink, H. J. Fink: Contributions to
the International Conference of Nuclear Physics,
München, 27.8.- 1.9. 1973

- /Mü-72/ H. Müller: Diplomarbeit, Frankfurt 1972
- /Mü-72a/ B. Müller, J. Rafelski, W. Greiner: Z. Physik 257(1972)183
- /Mü-73/ B. Müller: Dissertation, Frankfurt 1973; B. Müller,
J. Rafelski, W. Greiner: Phys. Lett. B47 (1973) 5
- /My-66/ W. D. Myers, W. J. Swiatecki: Nucl. Phys. 81 (1966) 1
und Arkiv Fyz. 36 (1966) 36
- /Ni-55/ S. G. Nilsson: Dan. Mat.-Fys. Medd. 29 (1955) no. 16
- /Ni-69/ S. G. Nilsson et al. : Nucl. Phys. A131 (1969) 1
- /Ni-72/ J. R. Nix: Preprint LA-DC-72-335 ; Ann. Rev. Nucl.
Phys. 22 (1972)
- /Pa-69/ V. V. Pashkevich: Nucl. Phys. A133 (1969) 400
- /Pa-70/ V. R. Padharipande: Phys. Lett. B31 (1970) 635
- /Pr-70/ K. Prüß, W. Greiner: Phys. Lett. B33 (1970) 197
- /Pr-71/ K. Prüß: Nucl. Phys. A170 (1971) 336
- /Pr-72/ K. Prüß: Dissertation, Frankfurt 1972
- /Ra-70/ I. Ragnarsson: Konferenz 1, Seite 847
- /Re-72/ G. Reidemeister: Nucl. Phys. A197 (1972) 631
- /Se-70/ P. A. Seeger: Konferenz 1, Seite 217
- /Sch-70/ D. Scharnweber: Dissertation, Frankfurt 1970;
D. Scharnweber, U. Mosel, W. Greiner: Phys. Rev.
Lett. 24 (1970) 601
- /Sch-71/ D. Scharnweber, W. Greiner, U. Mosel: Nucl.
Phys. A164 (1971) 257
- /Sche-68/ W. Scheid, R. Ligensa, W. Greiner: Phys. Rev.
Lett. 21 (1968) 1479
- /Sche-69/ W. Scheid, W. Greiner: Z. Physik 226 (1969) 364

- /Sche-70/ W. Scheid: Habilitationsschrift, Frankfurt 1970
- /Sh-65/ R. Shaw et al. : Proc. Phys. Soc. 86 (1965) 513
- /St-63/ V. M. Strutinski: ZhETF (USSR) 45 (1963) 1891;
JEPT (Sov. Phys.) 18 (1964) 1298
- /St-67/ V. M. Strutinski: Nucl. Phys. A95 (1967) 420
- /St-68/ V. M. Strutinski: Nucl. Phys. A122 (1968) 1
- /Th-66/ H. Theissen et al. : Phys. Lett. 22 (1966) 623
- /To-71/ C. Toepffer: Phys. Rev. C4 (1971) 1964
- /Ts-99/ C. F. Tsang: Univ. of California, Report UCRL-18899
- /We-35/ C. F. v. Weizsäcker: Z. Physik 96 (1935) 431
- /Wi-73/ R. Wieland et al. : Phys. Rev. C8 (1973) 37
- /Wi-70/ L. Wilets, A. Goldberg, F. H. Lewis Jr.,
Phys. Rev. C2 (1970) 1576

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele Ratschläge und fruchtbare Diskussionen.

Den Herren Prof. Dr. W. Scheid, Prof. Dr. C. Toepffer, Dr. K. Albrecht, Dr. D. Scharnweber, Dr. B. Fink, J. Maruhn, H.-J. Fink, W. Fabian und A. Kappatsch danke ich für ihre hilfreiche Diskussionen und Mitarbeit.

Weiterhin bedanke ich mich bei Frau B. Utschig für die sorgfältig ausgeführten Tuschzeichnungen, bei Frau U. Necker für die Reinschrift des Manuskripts, und bei Herrn W. Brose für die Druckarbeiten.

Mein Dank gilt weiterhin dem Zentralen Recheninstitut der Universität (jetztiger Name Hochschulrechenzentrum) das die benötigte Rechenzeit zu Verfügung stellte.

L E B E N S L A U F

Am 5. 11. 1944 wurde ich in Slavonska Požega, Jugoslawien als Sohn des Kaufmanns Dragutin Morović und seiner Ehefrau Nada geboren. Im Frühjahr 1946 wechselte ich nach Zagreb, wo ich angefangen im Sept. 1951 die Volks-, Mittelschule und das Gymnasium besuchte. Nach dem bestandenen Abitur im Jahre 1963 begann ich im WS 1963/64 das Studium der Physik an der Universität von Zagreb. Mit abgeschlossenem SS 1964 wechselte ich mit meiner Familie nach Frankfurt/M, wo ich das Physikstudium an der J. W. Goethe Universität im SS 1965 fortsetzte. Im April 1967 legte ich hier die Diplom-Vorprüfung für Physiker ab. 1968/69 fertigte ich an dem Institut für theoretische Physik meine Diplomarbeit an. Die Diplomprüfung für Physiker bestand ich im Oktober 1969. Seither war ich an dem oben genannten Institut tätig; zunächst als wiss. Hilfskraft, später als wiss. Mitarbeiter dann als Verwalter einer Assistentenstelle und schließlich als wiss. Bediensteter.

Meine akademische Lehrer waren die Herren Professoren: Paić (Zagreb), Martienssen, Süßmann, Bauer, Franz, Köthe, Schopper, Scheid und Greiner.

Tihomir Morović
6231 Schwalbach
Thüringerstraße 2

